

“año del buen servicio al ciudadano”

UNIVERSIDAD NACIONAL DE HUANCVELICA

(Creada por Ley N° 25265)



FACULTAD DE EDUCACIÓN

E. P. DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

**CARRERA PROFESIONAL DE: MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN E
INFORMÁTICA**

TESIS

**CÁLCULO DE ÁREAS RECTANGULARES EN EL APRENDIZAJE
SIGNIFICATIVO DE PRODUCTOS NOTABLES EN ESTUDIANTES DE
LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA MIXTO “RAMÓN CASTILLA Y
MARQUESADO” HUANCVELICA**

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN

DIDÁCTICA Y CURRÍCULO

PRESENTADO POR:

BACH. SEDANO ESCOBAR, Marcial

BACH. BERNARDO ASTO, Humberto

**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN
EDUCACIÓN SECUNDARIA**

HUANCVELICA, PERÚ

2017



UNIVERSIDAD NACIONAL DE HUANCABELICA

(CREADA POR LEY N° 25265)
Ciudad Universitaria Paturpampa - Telef. (067) 452456
FACULTAD DE EDUCACIÓN
SECRETARÍA DOCENTE



"Año Del Buen Servicio Al Ciudadano"

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS

En la ciudad universitaria de Paturpampa, en el auditorio de la Facultad de Educación a los 12 días del mes de Junio del año 2017, a horas 3:00 p.m., se reunieron; los miembros del Jurado Calificador, conformado de la siguiente manera:

PRESIDENTE(A) : Mg. Canales Conce Felix Amadeo
SECRETARIO(A) : Mg. Cayllahua Yarasca Ubaldo
VOCAL : Mg. Guilca Castro, Alejandro Rodrigo

Designados con la resolución N° 0710-2016-D-FED-UNH, del proyecto de investigación
Titulado: Cálculo de las áreas rectangulares en el aprendizaje significativo de productos notables en los estudiantes de la Institución Educativa Mixta Ramón Castilla y Marquesado de Huancavelica.

Cuyos Autores son:
BACHILLER (S) Sedano Escobar Marcial
Bernardo Asta, Humberto

A fin de proceder con la calificación de sustentación del proyecto de investigación antes citado. Finalizada la sustentación; se invitó al público presente y a los sustentantes abandonar el recinto; y luego de una amplia deliberación por parte del Jurado, se llegó al siguiente resultado:

Bachiller: Sedano Escobar Marcial
APROBADO POR: Unanimidad
DESAPROBADO POR:

Bachiller: Bernardo Asta, Humberto
APROBADO POR: Unanimidad
DESAPROBADO POR:

En Conformidad a lo Actuado Firmamos al Pie.

PRESIDENTE

SECRETARIO

VOCAL

ASESOR

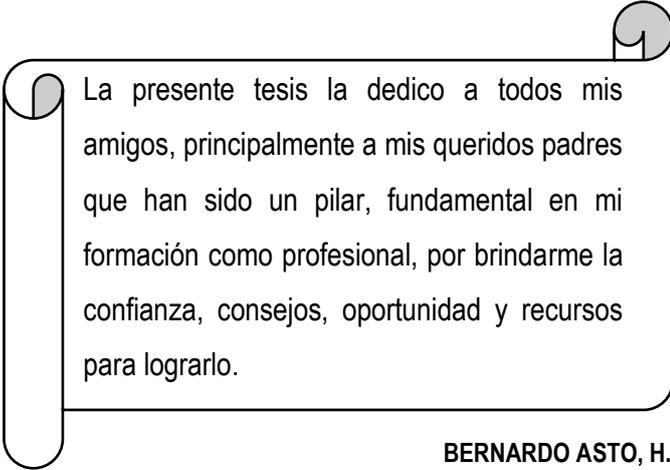
**Mg. ANTEZANA IPARRAGUIRRE
RÉGULO PASTOR**

JURADOS

**Mg. FÉLIX AMADEO CANALES CONCE
(PRESIDENTE)**

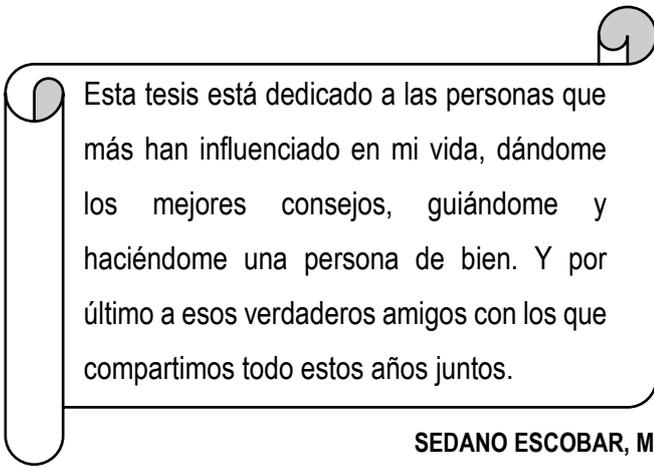
**Mg. UBALDO CAYLLAHUA YARASCA
(SECRETARIO)**

**Mg. ALEJANDRO RODRIGO QUILCA CASTRO
(VOCAL)**



La presente tesis la dedico a todos mis amigos, principalmente a mis queridos padres que han sido un pilar, fundamental en mi formación como profesional, por brindarme la confianza, consejos, oportunidad y recursos para lograrlo.

BERNARDO ASTO, H.



Esta tesis está dedicado a las personas que más han influenciado en mi vida, dándome los mejores consejos, guiándome y haciéndome una persona de bien. Y por último a esos verdaderos amigos con los que compartimos todo estos años juntos.

SEDANO ESCOBAR, M.

ÍNDICE

PORTADA	i
DEDICATORIA.....	iii
ÍNDICE	iv
RESUMEN.....	vii
INTRODUCCIÓN	viii

CAPÍTULO I

PROBLEMA

1.1 Planteamiento del problema	1
1.2 Formulación del Problema	3
1.3 Objetivos:.....	3
1.3.1 General.....	3
1.3.2 Específicos	3
1.4 Justificación	4

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes.....	5
2.2 Bases Teóricas	6
2.2.1 Aprendizaje significativo	6
2.2.2 Facilitación del aprendizaje significativo	7
2.2.3 Modelo de George Polya	8
2.2.4 Desarrollo de las capacidades para el aprendizaje de la matemática ...	10
2.2.5 Definición de productos notables.....	12
2.2.6 Producto notable del cuadrado de una suma	12

2.2.7	Producto notable del cuadrado de una diferencia.....	12
2.2.8	Producto notable de la suma y diferencia de un binomio	13
2.2.9	Producto notable de multiplicar binomios con término común	13
2.2.10	Producto notable del cuadrado de un trinomio	13
2.2.11	Área en los productos notables	14
2.3	Hipótesis.....	18
2.4	Definición de términos	18
4.1	Cálculo.....	18
2.5	Identificación de Variables	19
2.6	Definición operativa de variables e indicadores.....	19

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1	Ámbito de estudio.....	21
3.2	Tipo de Investigación.....	21
3.3	Nivel de Investigación.....	21
3.4	Método de Investigación.....	21
3.5	Diseño de Investigación.....	22
3.6	Población, Muestra, Muestreo	23
3.7	Técnicas e instrumentos de recolección de datos	23
3.8	Procedimiento de recolección de datos	24
3.9	Técnicas de Procesamiento y Análisis de Datos	25

CAPÍTULO IV

RESULTADOS

4.1	Resultados de la prueba de entrada.....	27
-----	---	----

4.1.1	Grupo control.....	27
4.1.2	Grupo experimental	30
4.2	Resultados de la prueba de salida.....	33
4.2.1	Grupo control.....	33
4.2.2	Grupo experimental	36
4.2.3	Comparación de resultados de la prueba de salida de ambos grupos .	39
4.3	Prueba de hipótesis.....	40
4.4	Discusión de resultados.....	42
	CONCLUSIONES.....	44
	SUGERENCIAS	45
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	46
	ANEXO.....	49

RESUMEN

El presente trabajo de investigación tuvo como objetivo general determinar la influencia del cálculo de las áreas rectangulares en el aprendizaje significativo de productos notables en los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa Mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica. Para tal efecto se utilizó el método científico, diseño cuasi experimental que corresponden al tipo de investigación aplicativo, nivel explicativo. Donde se trabajó con 42 estudiantes representado por dos secciones “A” y “B”, conformado por 21 estudiantes del tercero “A” y por 21 estudiantes del tercero “B” como grupo experimental y grupo control respetivamente. Para la recolección de los datos las técnicas de observación y fichaje. Luego de la evaluación, se muestra que existe una diferencia entre los resultados de la prueba de salida del grupo control y la prueba de salida del grupo experimental, cuyo promedio o media son 6.333 y 13.667 respectivamente; así mismo se muestra los valores mínimos y máximos en ambas pruebas de: 4.000 a 11.000 en la prueba de salida del grupo control y 11 a 18 en la prueba de salida del grupo experimental. Seguidamente para contrastar la hipótesis de investigación se utilizó la prueba **U de Mann - Whitney** con aproximación a la normal, con un nivel de significancia de 5%, cuyo resultado muestra que el $p\text{-value}=0,000$; este valor es menor a 0,05 por lo que se acepta la hipótesis alterna. Tal diferencia se debe al uso de la variable independiente, cálculo de áreas rectangulares, en las sesiones de aprendizaje; lo que hace una mejora sustancial en cuanto al aprendizaje, por lo tanto se concluye que el promedio del grupo experimental es significativamente mejor que el promedio del aprendizaje de productos notables del grupo control al finalizar la investigación, es decir que el uso del cálculo de áreas rectangulares influye significativamente en el aprendizaje significativo de productos notables.

Palabras claves:

Aprendizaje significativo, Áreas rectangulares, Productos notables

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de investigación tiene la finalidad de determinar la influencia del cálculo de áreas rectangulares en el aprendizaje significativo de productos notables de los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa Mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica.

Dentro de la experiencia, las matemáticas han sido convertidas por algunos docentes en poco más que un simple e inerte recetario de fórmulas carentes de vida, y se limitan a recitar sin demostración o sustentación alguna, negándoles a los alumnos el placer de descubrir dichas fórmulas y leyes de las matemáticas por esfuerzo propios.

A partir de esta constatación elemental se ha elaborado el presente trabajo de investigación de tipo cuasi experimental, con dos grupos a investigar y en ellas se establece una manipulación deliberada de una variable independiente para observar su efecto y relación con una variable dependiente.

Es muy importante la labor del docente, específicamente en la dimensión didáctica, para que el estudiante tenga un aprendizaje significativo y encuentre sentido a lo que aprende. Por ende es importante el uso de la didáctica particularmente en el aprendizaje de los productos notables tomando en consideración el cálculo de áreas rectangulares. Esta es una forma didáctica de ayudar a los estudiantes a tener un aprendizaje significativo del tema de los productos notables.

La investigación se presenta de la siguiente manera:

En el Capítulo I, se analiza el área problemática en el cual se desarrolla la investigación y se establece los objetivos.

En el Capítulo II, se presenta el Marco teórico desarrollado y basado en los enfoques actuales sobre el cálculo de áreas rectangulares en el aprendizaje significativo de productos notables.

En el Capítulo III, tenemos el diseño adoptado por la investigación, el cual nos ha permitido establecer que existe una influencia significativa de la variable independiente respecto a la dependiente, además presentamos la población sujeta al estudio y la muestra representativa.

En el Capítulo IV, se lleva a cabo la contratación de hipótesis, la presentación, análisis e interpretación de los datos, el proceso de prueba de hipótesis, la discusión de los resultados y la adopción de las decisiones.

Expresamos nuestro agradecimiento a todos los docentes de la especialidad de matemática, computación e informática quienes nos han brindado su apoyo incondicional y por haber contribuido en la materialización de este trabajo de investigación. Sobre todo al asesor que cumplió con su responsabilidad de orientarnos durante el proceso.

Los autores

CAPÍTULO I

PROBLEMA

1.1 Planteamiento del problema

La educación en el ámbito peruano, sigue mostrando en la actualidad un rasgo en común, que es el tradicional. Donde se nota que los estudiantes no están siendo motivados a tener un aprendizaje significativo de las matemáticas. Están más orientados a memorizar las fórmulas y a resolver los problemas de forma mecánica, sin darle un sentido coherente de lo que están haciendo.

Las ideas desarrolladas anteriormente se reflejan a través de los últimos resultados de las evaluaciones internacionales como PISA - 2012. Al respecto referente a esta evaluación, el diario del Comercio (2016) informa lo siguiente:

Perú es el país con peor rendimiento escolar de Sudamérica en matemáticas, lectura y ciencia. Según el informe publicado (...) por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) (...). El informe detalla que nuestro país tiene el más alto porcentaje de estudiantes de 15 años que no alcanzan el nivel básico establecido por la OCDE tanto en lectura (60 %) como en ciencia (68,5 %), y el segundo en matemáticas (74,6 %).

De acuerdo con Acevedo (2007), en su tesis "*Enseñanza de los productos notables por medio del aprendizaje cooperativo*", en la Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga – Colombia:

Describe el problema de que el sistema de educación tradicional se ha basado en la idea de que el profesor, es el portador del conocimiento, desde su pedestal, intenta mediante sus clases magistrales transmitir su sabiduría a sus estudiantes que a su vez, en una actitud pasiva procuran "entender" o "aprender" lo que

comúnmente confunden con memorizar contenidos, lo cual no implica, ni mucho menos puede confundirse, con lo que en realidad es el aprendizaje.

En este sentido, este problema es uno de los factores de nuestro sistema educativo. Debido que en la actualidad la enseñanza en los colegios se continúa insistiendo que los estudiantes mantengan un aprendizaje memorístico. Siendo la educación el motor principal de desarrollo y cambio para el progreso de nuestro país, entonces no se puede permitir preparando a los estudiantes con muchas limitaciones para el desarrollo de sus capacidades intelectuales.

Es oportuno señalar que los docentes tienen un papel importante en la enseñanza, pues en sus manos está la misión de impartir calidad y no cantidad para que el estudiante tenga un aprendizaje significativo. Si a esto le agregamos tal como describe Acevedo (2007):

Que las matemáticas han sido convertidas por algunos docentes en poco más que un simple e inerte recetario de fórmulas carentes de vida, y se limitan a recitar sin demostración o sustentación alguna, negándoles a los estudiantes el placer de descubrir dichas fórmulas y leyes de las matemáticas por esfuerzo propio, y de saber que las matemáticas no son de ninguna manera una ciencia muerta en donde ya todo está escrito sino por el contrario es una ciencia viva, apasionante y donde aún queda mucho por descubrir.

Por otra parte estos problemas se ven en un gran sector considerable de estudiantes del nivel de educación secundaria de Huancavelica. Donde los estudiantes muestran actitudes negativas hacia la matemática y en particular, de los productos notables, debido a que no le encuentra sentido y tienen la idea de que aprender matemáticas es solo una reproducción de fórmulas. Se ha podido comprobar tal realidad en las diferentes instituciones educativas, a través del desarrollo de las prácticas pre - profesionales y de las vivencias adquiridas en la época de ser estudiantes del colegio.

En particular se pudo observar en las prácticas pre – profesionales, cómo se desarrolla las sesiones de aprendizaje del tercer grado de la Institución Educativa Mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica, en donde algunos docentes no se preocupa de buscar formas didácticas, estrategias o métodos para que el estudiante tenga un aprendizaje significativo, es sabido que para tener un aprendizaje significativo se tienen que relacionar los nuevos conocimientos con los que ya se poseen, esto es según la teoría del aprendizaje de David Ausubel; además el profesor realiza su clase con materiales de uso diario como pizarra, motas, tizas. Por su parte los estudiantes muestran actitudes pasivas, mientras el profesor cumple su función de expositor.

A raíz de todo esto, se planteó como problema, responder a la siguiente pregunta de investigación:

1.2 Formulación del Problema

¿Cómo influye el cálculo de las áreas rectangulares en el aprendizaje significativo de productos notables en los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa Mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica?

1.3 Objetivos:

1.3.1 General

Determinar la influencia del cálculo de las áreas rectangulares en el aprendizaje significativo de productos notables en los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa Mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica.

1.3.2 Específicos

- a. Identificar el aprendizaje significativo de productos notables mediante el cálculo de áreas rectangulares en los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa Mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica.
- b. Comparar los resultados obtenidos en la prueba de salida sobre el aprendizaje significativo de productos notables entre el grupo experimental y grupo control

en los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica.

1.4 Justificación

Las razones para justificar este trabajo de investigación, parte de que los estudiantes tengan un aprendizaje significativo de los productos notables a través del cálculo de áreas rectangulares, lo cual está enfocada en la teoría cognitiva, el modelo constructivista que tiene la finalidad de que el estudiante construya su propio conocimiento y de esta manera se logre aprendizaje significativo y duraderos.

Justificación social

La investigación referida permitirá dar mayor importancia al tema de aprendizaje significativo de productos notables a través del cálculo de áreas rectangulares en la Institución Educativa Mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica y dentro del departamento de Huancavelica,

Así mismo los resultados de la presente investigación se podrán aplicar en el campo de la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes del nivel secundario específicamente en las zonas urbanas, así mismo será de gran utilidad para los docentes y para el ejercicio de nuestro trabajo como docentes de educación básica. Por otra parte promover el despertar de los estudiantes capaces, seguros de sus aprendizajes.

Justificación práctica

Esta investigación se realiza porque existe la necesidad de mejorar el aprendizaje de los estudiantes. Ya que el cálculo de áreas rectangulares en el aprendizaje significativo de productos notables ayuda al estudiante a encontrar sentido al tema de productos notables y de esta manera evitar estudiantes pasivos, evitar fracasos estudiantiles y desterrar el aprendizaje memorístico.

Así mismo lograr que los estudiantes piensen de manera lógica y vivencien las demostraciones de los productos notables y al mismo tiempo transmitirle que las matemáticas no son difíciles de aprender y en particular los productos notables.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes

Todo trabajo de investigación, sin duda, debe sustentarse sobre la base de las investigaciones realizadas que le brinde sustento y soporte estructural para su desarrollo.

Figuera (2006) en su tesis titulada “Propuesta para la enseñanza y aprendizaje del teorema de Pitágoras a través de una unidad didáctica” en la Universidad Simón Bolívar, Caracas – Venezuela, arriba a las siguientes conclusiones.

- ✓ La aplicación de diversos recursos didácticos para la enseñanza y aprendizaje del Teorema de Pitágoras en los alumnos de Noveno Grado de la Tercera Etapa de Educación Básica de la Unidad Educativa Nacional “Eduardo Crema” se hace necesaria para la consecución de los objetivos planteados, puesto que se observa un mejor desenvolvimiento de los estudiantes.
- ✓ Los recursos didácticos aplicados en las diferentes actividades de la Unidad Didáctica resultaron provechosos para los estudiantes, ya que propiciaron el interés en el desarrollo del aprendizaje del Teorema de Pitágoras.

Guerrero y Moreno (2013) en la revista electrónica, un análisis del tratamiento didáctico del producto notable (cuadrado de la suma de dos términos) en el libro de texto hipertexto de matemáticas 8, publica un artículo donde concluye que, gracias a este tipo de investigación que se hace sobre los aportes al álgebra a través de los libros de texto se debe observar con detenimiento el tipo de representación semiótica que se privilegia para establecer las relaciones que se pueden presentar entre el lenguaje natural y el lenguaje algebraico.

Se observa que dentro del libro de texto no se resalta la representación semiótica de la imagen, la presencia de este tipo de representación sería un factor importante en la adquisición del conocimiento pues entre más representaciones el niño pueda establecer sobre un mismo objeto mejor será su comprensión del mismo. Se evidencia que en la unidad donde se presentan los productos notables se privilegian dos tipos de representaciones: lenguaje natural, algebraico y visualización, así mismo entre estas representaciones se producen transformaciones tanto de conversión como de tratamiento.

2.2 Bases Teóricas

Este trabajo de investigación se sustentó tomando en consideración el enfoque constructivista de la enseñanza. Donde el aprendizaje surge cuando el estudiante procesa la información y construye sus propios conocimientos.

Según Torres (2007, p. 49) plantea que el enfoque constructivista no es solo transmisión, internalización, y acumulación de conocimientos. Más bien es un proceso activo que parte del estudiante al construir su conocimiento sobre la base de su experiencia y de la información que recibe.

En este sentido el cálculo de las áreas rectangulares son herramientas didácticas aplicadas para lograr un aprendizaje significativo de los productos notables y ofrece una amplia gama de oportunidades para lograr el desarrollo de las habilidades y destreza matemáticas, para entregar a la sociedad jóvenes autónomos, críticos, colaboradores, que tengan deseos de seguir aprendiendo.

2.2.1 Aprendizaje significativo

El aprendizaje racional o significativo. Es aquel que está basado en los procesos cognitivos superiores: atención activa y voluntaria, percepción lógica, memoria lógica y pensamiento. El aprendizaje racional, pues es exclusivo de los seres humanos (...), porque aquí se toma en cuenta, no solo que el sujeto, pueda realizar correctamente toda una secuencia de conductas, aplicar una fórmula, etc. Si no

más bien y principalmente, el hecho de que entienda el porqué de dicha ejecución, es decir que aquello que ha aprendido tiene un significado para el sujeto, lo cual le va a permitir múltiples usos de dicho aprendizaje” (Yarlequé, 1998, p. 186 - 187).

De lo expuesto se deduce que construimos significados cada vez que somos capaces de establecer relaciones importantes y no arbitrarias (no al pie de la letra) entre lo que aprendemos y lo que ya conocemos.

El aprendizaje significativo es el proceso por el cual se relaciona la nueva información con algún elemento ya existente en la estructura cognitiva del sujeto y relevante para el material que se intenta aprender. En el memorístico, en cambio, la nueva información queda aislada y se almacena de forma arbitraria. A su vez, cada uno de esos aprendizajes está relacionado con un tipo diferente de memoria; el segundo con la de corto plazo y el primero, con la de largo plazo. Así, lo que se aprende memorísticamente debe fijarse sin alteraciones y repetirse para que no se olvide; lo que se aprende significativamente, en cambio, se adquiere en forma gradual, en distintos niveles de comprensión y de forma cualitativamente diferentes y no necesita de la representación literal (Alonso, 2010, p. 10).

En efecto el ser humano es innato a aprender de verdad sólo aquello a lo que le encuentra sentido o lógica. El ser humano tiende a rechazar aquello a lo que no le encuentra sentido. El único auténtico aprendizaje es el aprendizaje significativo, el aprendizaje con sentido. Cualquier otro aprendizaje será puramente mecánico, memorístico, coyuntural: aprendizaje para aprobar un examen, para ganar la materia, etc. El aprendizaje significativo es un aprendizaje relacional. El sentido da la relación del nuevo conocimiento con: conocimientos anteriores, con situaciones cotidianas, con la propia experiencia, con situaciones reales.

2.2.2 Facilitación del aprendizaje significativo

Según Ausubel citado por Torres (2007, p. 55) nos refiere algunos procesos:

- **La diferenciación progresiva:** la estructura cognitiva se modifica adquiriendo nuevos significados. Ello genera una nueva jerarquización

(relaciones correlativas). Consiste en presentar primero las ideas generales para luego ir incrementando gradualmente la información y la abundancia de sobre el tema. Supone presentar oportunidades para generalizar e integrar la información en diferentes contextos.

- **La reconciliación integradora:** cuando las ideas ya establecidas en la estructura son reconocidas y relacionadas en el nuevo aprendizaje. Ello implica una reorganización (implica relaciones de tipo supra ordinario y combinatorio). Es decir que las nuevas ideas deben referirse y concretarse en los contenidos aprendidos previamente.
- **Los organizadores previos:** son estrategias para ayudar al estudiante a relacionar lo que ya sabe o necesita saber y aprender significativamente. En el caso de los mapas conceptuales, utilizados antes del desarrollo del tema, permiten al estudiante ser consciente de sus conocimientos previos y de la relación que establece entre conceptos, y al profesor le brinda información para el desarrollo de la experiencia. De igual manera puede expresarse al finalizar la actividad de aprendizaje para que cada estudiante haga explícita la estructuración e integración de lo aprendido.

2.2.3 Modelo de George Polya

Una manera de mejorar la enseñanza de la matemática podría ser la adaptación y utilización de estrategias a partir del método de polya para facilitar el aprendizaje significativo de los estudiantes.

En este sentido George Polya citado por Torres (2007, p. 341), considera cuatro etapas en la resolución de un problema. A cada etapa se le asocia una serie de preguntas y sugerencias que aplicada adecuadamente ayudaran a resolver el problema. Las cuatro etapas y las preguntas a ellas asociadas se detallan a continuación:

- comprender el problema
- concebir un plan
- ejecutar el plan y
- examinar la solución.

Para cada una de estas etapas él plantea una serie de preguntas y sugerencias.

Comprender el problema.

Para esta etapa se siguen las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la incógnita?
- ¿Cuáles son los datos?
- ¿Cuál es la condición?
- ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?
- ¿Es insuficiente?
- ¿Es redundante?
- ¿Es contradictoria?

Es decir, esta es la etapa para determinar la incógnita, los datos, las condiciones, y decidir si esas condiciones son suficientes, no redundantes ni contradictorias.

Una vez que se comprende el problema se debe

Concebir un plan.

Para Pólya en esta etapa del plan el problema debe relacionarse con problemas semejantes. También debe relacionarse con resultados útiles, y se debe determinar si se pueden usar problemas similares o sus resultados (aquí se subraya la importancia de los problemas análogos). Algunas interrogantes útiles en esta etapa son:

- ¿Se ha encontrado con un problema semejante?
- ¿Ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?
- ¿Conoce un problema relacionado?
- ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil?
- ¿Podría enunciar el problema en otra forma?
- ¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente? Refiérase a las definiciones.

Una vez que se concibe el plan naturalmente viene la etapa tres

Ejecución del plan.

Durante esta etapa es primordial examinar todos los detalles y es parte importante recalcar la diferencia entre percibir que un paso es correcto y, por otro lado, demostrar que

un paso es correcto. Es decir, es la diferencia que hay entre un problema por resolver y un problema por demostrar. Por esta razón, se plantean aquí los siguientes cuestionamientos:

- ¿Puede ver claramente que el paso es correcto?
- ¿Puede demostrarlo?

Él plantea que se debe hacer un uso intensivo de esta serie de preguntas en cada momento. Estas preguntas van dirigidas sobre todo a lo que él llama problema por resolver y no tanto los problemas por demostrar. Cuando se tienen problemas por demostrar, entonces, cambia un poco el sentido. Esto es así porque ya no se habla de datos sino, más bien, de hipótesis. En realidad, el trabajo de Pólya es fundamentalmente orientado hacia los problemas por resolver.

En síntesis: al ejecutar el plan de solución debe comprobarse cada uno de los pasos y verificar que estén correctos.

Examinar la solución obtenida

También denominada la etapa de la visión retrospectiva, en esta fase del proceso es muy importante detenerse a observar qué fue lo que se hizo; se necesita verificar el resultado y el razonamiento seguido. De preguntarse:

- ¿Puede verificar el resultado?
- ¿Puede verificar el razonamiento?
- ¿Puede obtener el resultado en forma diferente?
- ¿Puede verlo de golpe?
- ¿Puede emplear el resultado o el método en algún otro problema?

Estas cuestiones dan una retroalimentación muy interesante para resolver otros problemas futuros.

2.2.4 Desarrollo de las capacidades para el aprendizaje de la matemática

La matemática forma parte del pensamiento humano y se va estructurando desde los primeros años de vida en forma gradual y sistemática, a través de las interacciones cotidianas. Los niños observan y exploran su entorno inmediato y los objetos que lo configuran, estableciendo relaciones entre ellos cuando realizan

actividades concretas de diferentes maneras: utilizando materiales, participando en juegos didácticos y en actividades productivas familiares, elaborando esquemas, gráficos, dibujos, entre otros (...) En el caso del área de Matemática, las capacidades explicitadas para cada grado involucran los procesos transversales de Razonamiento y demostración, Comunicación matemática y Resolución de problemas, siendo este último el proceso a partir del cual se formulan las competencias del área en los tres niveles (Ministerio de Educación, 2009, p. 186).

Se ha tomado en cuenta tres capacidades matemáticas, propuestas en el Diseño Curricular de Educación Secundaria (2009), las cuales describiremos a Continuación.

El proceso de razonamiento y demostración

Implica desarrollar ideas, explorar fenómenos, justificar resultados, formular y analizar conjeturas matemáticas, expresar conclusiones e interrelaciones entre variables de los componentes del área y en diferentes contextos.

El proceso de comunicación matemática

Implica organizar y consolidar el pensamiento matemático para interpretar, representar (diagramas, gráficas y expresiones simbólicas) y expresar con coherencia y claridad las relaciones entre conceptos y variables matemáticas; comunicar argumentos y conocimientos adquiridos; reconocer conexiones entre conceptos matemáticos y aplicar la matemática a situaciones problemáticas reales.

El proceso de resolución de problemas

Implica que el estudiante manipule los objetos matemáticos, active su propia capacidad mental, ejercite su creatividad, reflexione y mejore su proceso de pensamiento al aplicar y adaptar diversas estrategias matemáticas en diferentes contextos. La capacidad para plantear y resolver problemas, dado el carácter integrador de este proceso, posibilita la interacción con las demás áreas curriculares coadyuvando al desarrollo de otras capacidades; asimismo, posibilita la conexión de las ideas matemáticas con intereses y experiencias del estudiante.

2.2.5 Definición de productos notables

Son ciertos productos que se rigen por reglas fijas y cuyo resultado se obtienen en forma directa si necesidad de efectuar la operación de la multiplicación.

De acuerdo con (Coveñas, p. 167) Son productos importantes, cuyos resultados se deben conocer sin necesidad de efectuar operaciones, se les conoce también con el nombre de identidades algebraicas o equivalencias algebraicas ya se cumplen para cualquier valor que se le asigne a las variables.

2.2.6 Producto notable del cuadrado de una suma

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 ; \text{ Donde } a, b, c \in \mathbb{Z}^+$$

El cuadrado de la suma de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad más el doble de la primera cantidad por la segunda más el cuadrado de la segunda cantidad.

✓ **Demostración**

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

2.2.7 Producto notable del cuadrado de una diferencia

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 ; \text{ Donde } a, b, c \in \mathbb{Z}^+$$

El cuadrado de la diferencia de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad menos el doble de la primera cantidad por la segunda más el cuadrado de la segunda cantidad.

✓ **Demostración.**

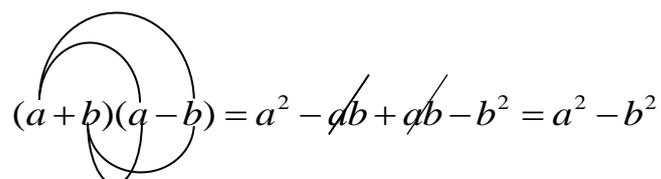
$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

2.2.8 Producto notable de la suma y diferencia de un binomio

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 ; \text{ Donde } a, b, c \in \mathbb{Z}^+$$

El producto de la suma por la diferencia de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad menos el cuadrado de la segunda.

✓ **Demostración**

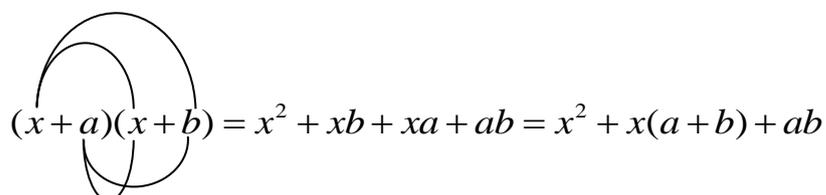

$$(a + b)(a - b) = a^2 - \cancel{ab} + \cancel{ab} - b^2 = a^2 - b^2$$

2.2.9 Producto notable de multiplicar binomios con término común

$$(x + a)(x + b) = x^2 + x(a + b) + ab ; \text{ Donde } a, b, c \in \mathbb{Z}^+$$

El producto de dos binomios con término común es igual al cuadrado del primer término, más el producto de la suma de los dos segundos términos por el primer término, más el producto de los segundos términos.

✓ **Demostración**

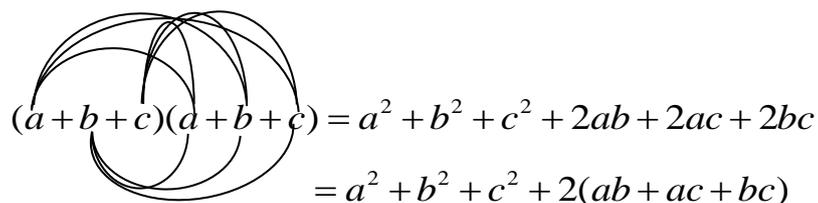

$$(x + a)(x + b) = x^2 + xb + xa + ab = x^2 + x(a + b) + ab$$

2.2.10 Producto notable del cuadrado de un trinomio

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc) ; \text{ Donde } a, b, c \in \mathbb{Z}^+$$

Producto Notable del Cuadrado de un trinomio es igual a la suma de los cuadrados de cada uno de los términos, más el doble producto de cada término por los que le siguen tomados de dos en dos.

✓ **Demostración**


$$\begin{aligned} (a + b + c)(a + b + c) &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc) \end{aligned}$$

2.2.11 Área en los productos notables

El desarrollo de los procesos cognitivos en el campo de la Didáctica de la Matemática es capaz de ayudar a nuestros estudiantes de secundaria en la percepción geométrica de los productos notables (...) en donde el proceso cognitivo de visualización está íntimamente relacionada con la forma geométrica de la figura, es decir, su configuración y el razonamiento se basa en aplicar las afirmaciones matemáticas que les corresponda algebraicamente, tomando en consideración la noción de área (Barreto, 2009, p. 57)

Ahora veamos cómo podemos representar los productos notables a partir de las áreas geométricas cuando los valores son positivos según Barreto.

Producto notable del cuadrado de una suma

Usemos los siguientes pasos:

Construimos dos cuadrados, uno de “a” unidades de lado y otro de “b” unidades de lado como veremos en la **figura 1** de abajo:

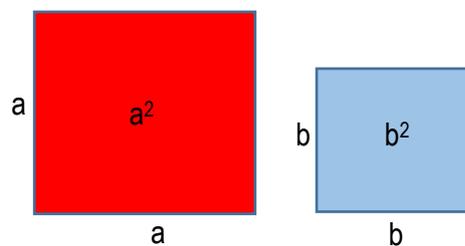


Figura 1: Dos cuadrado, uno de lado “a” y otro de lado “b”

Construimos dos rectángulos de largo “a” y ancho “b”, como en la **figura 2** siguiente:

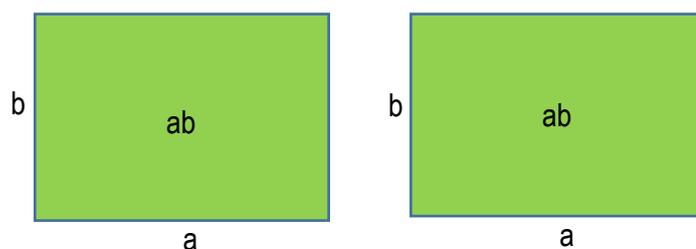


Figura 2: Dos rectángulos de largo “a” y ancho “b”.

Uniendo estas cuatro figuras, teniendo en cuenta la aprehensión operativa de reconfiguración formamos un cuadrado de $a + b$ unidades de lado como vemos la **figura 3** a continuación:

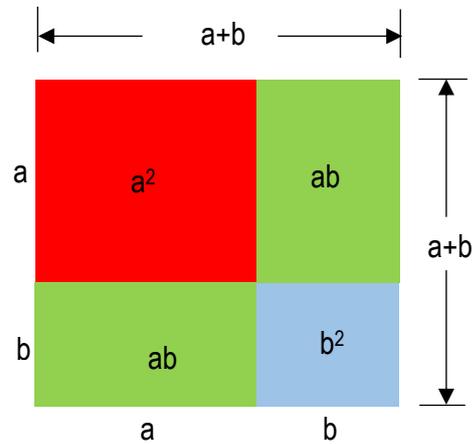


Figura 3: Aceptación geométrica del cuadrado de una suma

El área de este cuadrado es $(a + b)(a + b) = (a + b)^2$ y como puede verse en la **figura 3** anterior, el área está formada por un cuadrado de área " a^2 ", un cuadrado de área " b^2 " y dos rectángulos de área " ab " cada uno o sea $2ab$. Esto es debido a que los rectángulos son " ab ". Conjuntos elementales.

Por lo tanto la suma de las áreas de estos cuadrados y rectángulos es igual al área total del cuadrado de lado $a + b$

Producto notable del cuadrado de una diferencia

Ahora usando los cuadrados de área " a^2 ", y los cuadrados de área " b^2 ", junto a los dos rectángulos de área " ab " de las **figuras 1** y **figura 2**, teniendo en cuenta la aprehensión operativa de reconfiguración formamos un cuadrado de lado $(a - b)$ como el de la **figura 4** de abajo:

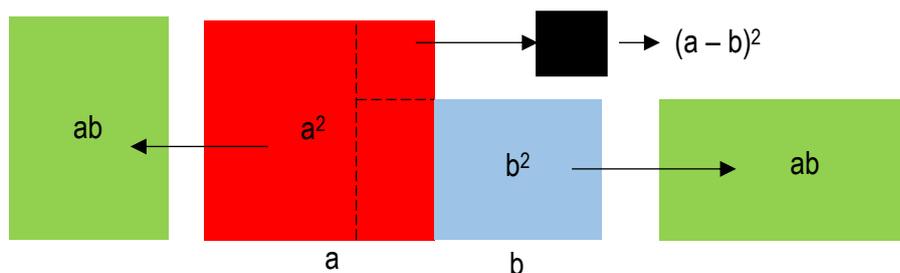


Figura 4: Aceptación geométrica del cuadrado de una diferencia.

Y notemos que, el área de este cuadrado es $(a - b)(a - b) = (a - b)^2$, y como puede verse en la **figura 4** anterior, el área está formada por un cuadrado de área " a^2 ", un cuadrado de área " b^2 " y le quitamos dos rectángulos de área " ab " cada uno o sea " $2ab$ " quedando un cuadrado de lado $(a - b)$.

Producto notable de la suma por la diferencia de dos cantidades

El producto de la suma por la diferencia de dos cantidades puede representarse geoméricamente mediante los siguientes pasos.

Ahora usando los cuadrados de área " a^2 ", y los cuadrados de área " b^2 " de la **figura 1**, teniendo en cuenta la aprehensión operativa de reconfiguración formamos un rectángulo de lado $(a + b)$ y $(a - b)$ como el de la **figura 5** de abajo:

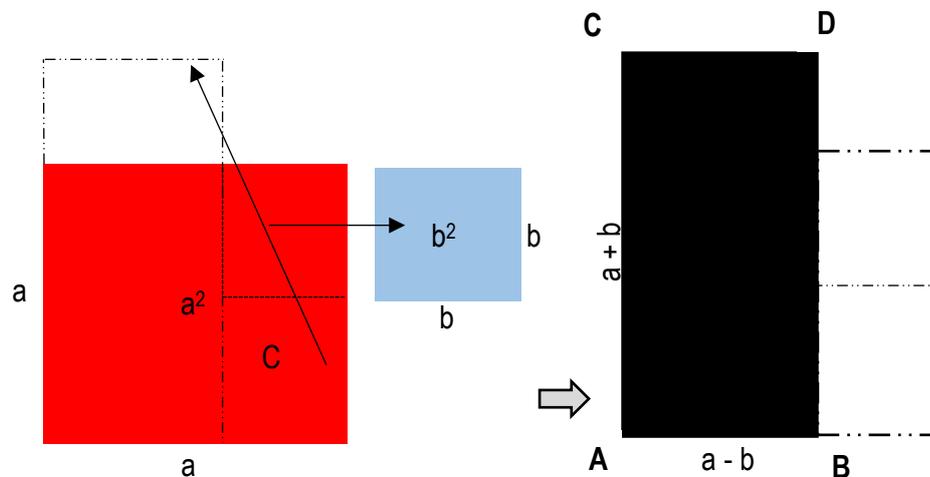


Figura 5: Acepción geométrica de la suma por la diferencia.

Y notemos que al cuadrado de área " a^2 ", le quitamos el cuadrado de área " b^2 ", y trazando la línea de puntos obtenemos el rectángulo **C**, cuyos lados son $(a - b)$ y b . Si ahora trasladamos el rectángulo **C** en la forma indicada por la flecha en la siguiente figura, obtenemos el rectángulo **A B C D**, cuyos lados son $(a + b)$ y $(a - b)$, y su área será: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Producto notable de multiplicar binomios con término común

El producto de multiplicar binomios con término común puede representarse geoméricamente mediante los siguientes pasos.

Ahora usando un cuadrado en particular de área " x^2 ", hacemos la aprehensión operativa de reconfiguración formamos un rectángulo de lado $(a + x)$ y $(b + x)$ como el de la **figura 6** de abajo:

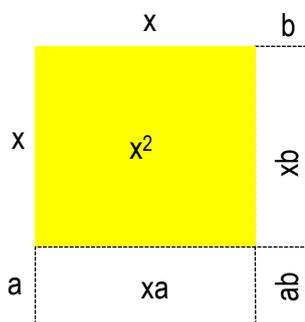


Figura 6: Apepción geométrica de binomios con término común

Para representar el producto de dos binomios con un término común se utiliza un cuadrado en particular de lado " x ". A uno de los lados se le agrega una cantidad " a " y a otro se le agrega una cantidad " b ", por lo que se forma una superficie con cuatro regiones.

El área total que es $(x + a)(x + b)$, también está dada por la suma de cada una de las áreas, es decir $x^2 + xb + xa + ab$, que en forma simplificada es: $x^2 + (a + b)x + ab$.

Producto notable del cuadrado de un trinomio

El cuadrado de un trinomio puede representarse geoméricamente mediante los siguientes pasos.

Ahora usando como base el cuadrado de un binomio (**figura 3**), construimos otro cuadrado de la lado $(a + b + c)$, para lo cual añadimos una longitud " C " a dos de sus lados. Tal como se muestra en la siguiente **figura 7**.

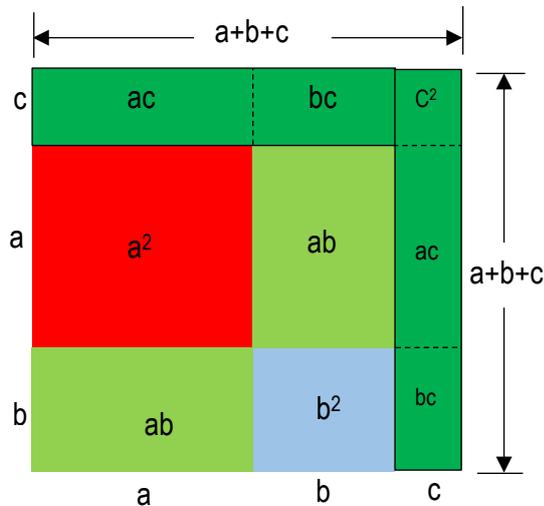


Figura 7: Acepción geométrica del cuadrado de un trinomio

El área total que es $(a + b + c)(a + b + c)$, también está dada por la suma de cada una de las áreas, es decir $a^2 + b^2 + c^2 + ab + ab + ac + ac + bc + bc$, que en forma simplificada es: $a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$.

2.3 Hipótesis

Hipótesis general

El cálculo de áreas rectangulares influye significativamente en el aprendizaje de productos notables en los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa Mixta "Ramón Castilla y Marquesado" de Huancavelica.

2.4 Definición de términos

4.1 Cálculo: Cualquier serie de procesos que actuado sobre un conjunto de números y operadores permiten obtener el resultado de una operación o de un problema. (Espinoza, 2000, p. 39).

2.4.2 Cuadrado: Cuadrilátero regular formado por cuatro lados de igual longitud y por cuatro ángulos rectos. La intersección de las dos diagonales delimita el centro del cuadrado y los lados opuestos son paralelos entre sí (Larousse, 2006, p. 67)

2.4.3 Área: Medida de la superficie que cubre un cuerpo o figura geométrica. Sus unidades se miden en unidades cuadradas, también denominadas de superficie, como

centímetros cuadrados (cm^2), metros cuadrados (m^2), hectáreas (ha), etc. (Soto, 2011, p. 8).

2.4.5 Aprendizaje: El aprendizaje es un proceso en el cual, debido a la experiencia, se produce un cambio relativamente permanente en nuestra actividad. (Instituto de ciencias y humanidades, 2008, P. 504)

2.4.6 Aprendizaje significativo: el aprendizaje significativo es aquel que conduce a la creación de estructuras de conocimiento mediante la relación sustantiva entre la nueva información y las ideas previas de los estudiantes (Barriga, y Hernández, 2002, p. 39).

2.4.7 Productos notables: Los productos notables reciben su nombre debido a que aparecen frecuentemente en álgebra; se han establecido sus reglas para no tener que calcularlos cada vez que se requiera conocer su resultado. (Soto, 2011, p. 124).

2.5 Identificación de Variables

Las variables asimiladas para la presente investigación son:

VARIABLE INDEPENDIENTE (X): cálculo de las áreas rectangulares.

VARIABLE DEPENDIENTE (Y): aprendizaje significativo.

2.6 Definición operativa de variables e indicadores

VARIABLE INDEPENDIENTE: el cálculo de las áreas rectangulares.

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES
V.I Cálculo de las áreas rectangulares.	ÁREAS	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Define que es un área. ✓ Comprende el concepto de áreas. ✓ Compara áreas rectangulares.
	CUADRADO	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Comprende el concepto de cuadrados. ✓ Halla el área de un cuadrado. ✓ Desarrolla situaciones problemáticas con el cuadrado. ✓ Reconoce las dimensiones del cuadrado.
	RECTÁNGULO	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Comprende el concepto de rectángulo. ✓ Demuestra seguridad en los cálculos que de las áreas. ✓ Reconoce las dimensiones del rectángulo.

		✓ Diferencia las dimensiones de largo y ancho de un rectángulo.
	ÁREAS RECTANGULARES	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Verifica los resultados de las áreas rectangulares. ✓ Interpreta y analiza el resultado de las áreas rectangulares. ✓ Aplica las fórmulas adecuadas para calcular las áreas. ✓ Comunica los resultados de manera adecuada y oportuna de áreas rectangulares.

VARIABLE DEPENDIENTE: aprendizaje significativo de productos notables

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES
V.D Aprendizaje significativo de productos notables	Razonamiento y demostración	Compara el resultado de dos productos notables usando áreas cuadradas.
		Demuestra la existencia de los productos notables a partir del cálculo de las áreas rectangulares.
		Discrimina la semejanza de los productos notables utilizando las áreas rectangulares.
		Infiere el cuadrado de la suma de dos cantidades a partir del cálculo de las áreas rectangulares.
	Comunicación matemática	Formula los productos notables.
		Elabora gráficos con áreas rectangulares de suma y diferencia de cubos de productos notables.
		Elabora gráficos de áreas rectangulares de binomio al cuadrado.
	Resolución de problemas	Aplica el cálculo de áreas rectangulares en la resolución de productos notables.
		Resuelve situaciones problemáticas de productos notables utilizando áreas rectangulares.
		Formula resultados aplicando el cálculo de áreas rectangulares.

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1 Ámbito de estudio

El ámbito de estudio donde se realizó esta investigación fue en la Institución Educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” que está ubicada en la prolongación Celestino Manchego Muñoz, de la comunidad de Santa Ana – Huancavelica,

3.2 Tipo de Investigación

Por el tipo de investigación, el presente estudio reúne las condiciones metodología de una investigación aplicada, porque “(...) esta persigue fines de aplicación directos e inmediatos. Busca la aplicación sobre una realidad circunstancial antes que el desarrollo de teorías. Esta investigación busca conocer para hacer y para actuar” (Cori, Vila, Oseda, 2008, p.117)

3.3 Nivel de Investigación

De acuerdo a la naturaleza del estudio de la investigación, reúne por su nivel las características de un estudio explicativo porque, “(...) están dirigidos a responder las causas de los eventos físicos o sociales, su interés se centra en explicar porque ocurre un fenómeno y en qué condiciones se da este, o porque dos o más están relacionados” (Cori, Vila, Oseda, 2008, p. 118)

3.4 Método de Investigación

La investigación propuesta es de tipo método científico (método experimental). Cuyas pautas es el siguiente, según refiere Bunge (2006, pp. 70 – 72)

- Planteamiento del problema.
- Construcción de un modelo teórico
- Deducción de consecuencias particulares
- Prueba de las hipótesis
- Introducción de las conclusiones en la teoría

3.5 Diseño de Investigación

El diseño de investigación fue cuasi experimental la cual se asignó a los estudiantes en grupos equivalentes.

Al inicio se presentó al grupo experimental en (pre test- pos test), donde se realizó la primera observación, luego se manejó la variable (cálculo de áreas rectangulares), resultando la segunda observación.

Después de todo el proceso se presentó al grupo control en (pre test- pos test), haciéndose la tercera observación y no se utilizó la variable (cálculo de áreas rectangulares), luego hizo una observación final.

Por las características de la investigación científica, responde al siguiente esquema: cuyo esquema es el siguiente, según refiere Hernández, Fernández y Baptista (2010, p. 140).

GE:	O1	X	O2
GC:	O3	-	O4

Donde:

- GE : el grupo experimental
- GC : el grupo control
- O1 y O3 : observaciones iniciales o preprueba
- O2 y O4 : observaciones finales o posprueba
- X : la variable experimental
- : ausencia de variable

3.6 Población, Muestra, Muestreo

Población

La investigación científica estuvo conformado por 110 estudiantes, distribuido en 5 secciones: A, B, C, D, E. del tercer grado la Institución Educativa Mixto “Ramón Castilla y Marquesado”. De la comunidad de Santa Ana – Huancavelica.

Muestra

La muestra fue representado por 42 estudiantes que pertenecen a dos secciones: tercero “A” Y “B”, conformado por 21 estudiantes del tercero “A” y por 21 estudiantes del tercero “B” de la Institución Educativa Mixto “Ramón Castilla y Marquesado”

Muestreo

La selección de los estudiantes que conformaron la muestra se realizó mediante el muestreo no probabilístico, del tipo intencional, Porque:

En las muestras no probabilísticas, la elección de los elementos no depende de la probabilidad, sino de causas relacionadas con las características de la investigación o de quien hace la muestra. Aquí el procedimiento no es mecánico ni con base en fórmulas de probabilidad, sino que depende del proceso de toma de decisiones de un investigador o de un grupo de investigadores y, desde luego, las muestras seleccionadas obedecen a otros criterios de investigación (Hernández, Fernández y Baptista, 2010).

- ✓ Muestra 1; estuvo conformado por 21 estudiantes del tercer grado “A”, como grupo experimental.
- ✓ Muestra 2; estuvo conformado por 21 estudiantes del tercer grado “B”, como grupo control.

3.7 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Se empleó la técnica tipo de examen para medir la capacidad de conocimiento, someter a los estudiantes a un examen del Pre Test como entrada y el Pos Test como el examen de salida.

Técnica:

Para el trabajo de investigación científica se emplearon la técnica de:

- ✓ **El test (examen):** Para recolectar los datos de esta importante investigación utilizamos la técnica de Test.
- ✓ **La observación:** siendo esta una técnica de investigación. La observación nos ayudó a recopilar y a verificar de acuerdo con las variables que son objeto de la investigación.
- ✓ **El fichaje:** Se utilizó para recolectar información y registrar los datos de carácter científica relacionado con las variables de estudio.

Instrumento:

- ✓ **Pre - test y post - test:** Este instrumento permitió obtener datos para hacer el tratamiento y análisis descriptivo e inferencial. Los instrumentos que se utilizó fueron dos exámenes. Con la primera se recogió los saberes previos y con la segunda se analizó los resultados finales.
- ✓ **Las pruebas objetivas o cuestionario de rendimiento:** Este instrumento se empleó para obtener informaciones respecto al desempeño académico de los estudiantes, en el desarrollo de productos notables con el uso del "CÁLCULO DE ÁREAS RECTANGULARES". Para ello se tomó en consideración el aspecto actitudinal participativo, oral y ejecución.
- ✓ **Fichas textuales:** Nos permitió viabilizar el trabajo de investigación y tener ordenado y a la mano toda la información teórica que sirvió de base sólida para la argumentación de la hipótesis. Así mismo nos permito anotar los datos necesarios para registrar y localizar la fuente de información y conocer el contenido en forma de cita textual.

3.8 Procedimiento de recolección de datos

Para la recolección de los datos se hizo siguiendo las siguientes etapas:

- a) Se elaboró el cuestionario.
- b) Se validaron y se dio confiabilidad al cuestionario.

- c) Se Realizó gestiones de autorización para la aplicación del instrumento de recolección de datos con autoridades de la Institución Educativa Mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica.
- d) Se realizó la tabulación y codificación de los resultados obtenidos para su respectivo análisis estadístico.
- e) Se procedió con el análisis estadístico haciendo uso del software estadístico MINITABv16, Microsoft office Excel v2010 y SPSS. Simultáneamente estos resultados se transfirió a Microsoft Word 2010 para la presentación final de los resultados.
- f) Una vez obtenidos los cuadros y gráficos estadísticos se procedió al análisis, interpretación y discusión de los resultados obtenidos. Llegando a las conclusiones y recomendaciones respectivas.

3.9 Técnicas de Procesamiento y Análisis de Datos

Para los procesamientos se empleó Software de: MINITAB v16, Microsoft office Excel 2010 y SPSS.

Y para el análisis de los datos se utilizó las estadísticas siguientes

Estadística descriptiva:

Media, moda, mediana, mínimo, máximo, desviación estándar, varianza, tabla de frecuencias con sus respectivos gráficos.

La estadística inferencial:

Se utilizó para demostrar la hipótesis y para la comprobación de normalidad de los datos y también se utilizó la prueba no paramétrica de U de MANN WHITNEY.

CAPITULO IV

RESULTADOS

En este capítulo presentamos el tratamiento de los datos u observaciones y la presentación de los resultados estadísticos a partir de los datos recopilados de los estudiantes. Para obtener las conclusiones del trabajo de investigación, se ha procesado de acuerdo a los objetivos y teniendo en consideración el diseño de investigación a fin de contrastar estadísticamente la hipótesis de investigación, mediante una estadística de prueba no paramétrica.

En el presente trabajo de investigación se tuvo como unidad de análisis a 42 estudiantes de ambos sexos que pertenecen a dos secciones “A” y “B” conformado por 21 estudiantes del tercer grado “A” (**grupo experimental**) y por 21 estudiantes del tercer grado “B” (**grupo control**), quienes han sido evaluados con una pre test y una post test. Es oportuno señalar que para el procesamiento de los datos obtenidos, estos han sido agrupados según una escala de calificación propuesta en el Diseño Curricular Nacional (DCN, 2009):

Evaluación secundaria numérica y descriptiva	18 – 20 logro destacado	Cuando el estudiante evidencia el logro de los aprendizajes previstos, demostrando incluso un manejo solvente y muy satisfactorio en todas las tareas propuestas.
	14 – 17 Logro previsto	Cuando el estudiante evidencia el logro de los aprendizajes previstos en el tiempo programado.
	11 – 13 Proceso	Cuando el estudiante está en camino de lograr los aprendizajes previstos, para lo cual requiere acompañamiento durante un tiempo razonable para lograrlo.
	00 – 10 Inicio	Cuando el estudiante está empezando a desarrollar los aprendizajes previstos o evidencia dificultades para el desarrollo de estos y necesita mayor tiempo de acompañamiento e intervención del docente de acuerdo con su ritmo y estilo de aprendizaje.

Y otros procesamientos se han realizado empleando el software estadístico Minitab 16 y la hoja de cálculo Excel, cuyo reporte de resultados que se obtienen manualmente.

Para una mayor claridad expositiva en la presentación de los datos y resultados estadísticos se ha tomado como criterio empezar por dar los resultados que han obtenido los estudiantes que pertenecen al grupo control y seguidamente se presenta los resultados de los estudiantes que pertenecen al grupo experimental. El criterio se da tanto en la prueba de entrada y salida.

4.1 Resultados de la prueba de entrada

Los resultados que hemos obtenido en la prueba de entrada en los grupos de control y experimental sobre aprendizaje significativo de productos notables en los estudiantes del tercer grado de la institución educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica antes de realizar la parte experimental del trabajo de investigación, se muestran a través de tablas y gráficos.

4.1.1 Grupo control

Para una mayor claridad expositiva de los resultados, comentaremos detalladamente en una tabla los resultados obtenidos sobre el nivel de aprendizaje significativo del **grupos control** referido al tema de productos notables en estudiantes de la institución educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica.

Tabla 1

Nivel de aprendizaje de productos notables del grupo control en la prueba de entrada de los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica.

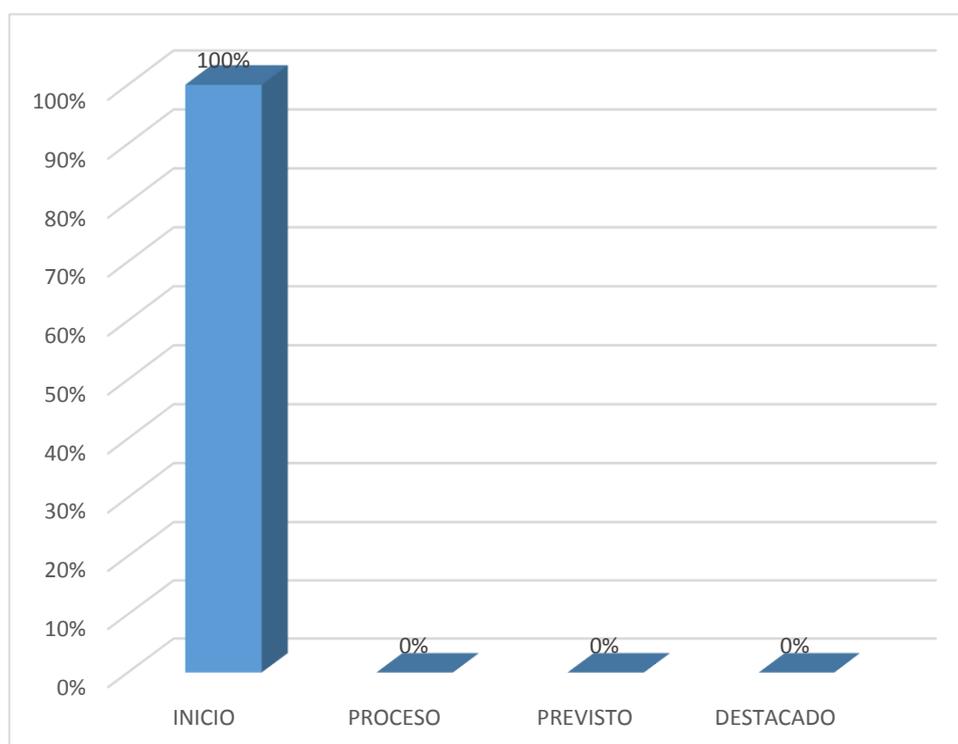
	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	21	100%
En proceso	0	0%
Logro previsto	0	0%
Logro destacado	0	0%
Total	21	100%

Fuente: *Aplicación de la prueba de entrada.*

Trasladando los datos de la tabla anterior a un gráfico que nos muestre los niveles de aprendizaje significativo del **grupos control** referido al tema de productos notables en estudiantes del tercer grado de la institución educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica.

Gráfico 1

Nivel de aprendizaje de productos notables del grupo control en la prueba de entrada de los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa mixto “Ramón Castilla Marquesado” de Huancavelica.



De la tabla y del gráfico, se puede observar en forma general que el nivel de aprendizaje significativo del **grupo control** referente al tema de productos notables, los estudiantes se encuentran en el nivel de inicio el 100% del total, que equivale al total de los estudiantes. En los niveles de proceso, logro previsto y logro destacado no se obtuvo ningún estudiante.

Estos resultados podemos corroborar con los estadísticos que se muestra a continuación en la siguiente tabla.

Tabla 2

Estadísticos del aprendizaje de productos notables del grupo control en la prueba de entrada de los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica.

Resumen de estadísticos	
Media aritmética	0.429
Mediana	0.000
Moda	0
Desviación estándar	0.598
Coefficiente de variación	139.44%
Mínimo	0.000
Máximo	2.000

Fuente: Aplicación de la prueba de entrada.

En la tabla se observa que el promedio del aprendizaje significativo de productos notables tiene un valor de 0.429 puntos que corresponde al nivel de logro en inicio. La mediana tiene un valor de 0.000 puntos, el cual significa que la mitad de los estudiantes tiene notas desaprobatorias con cero (0) puntos y la otra mitad son mayores a 0.000. Asimismo, el conjunto de estos datos tienen una sola moda, siendo una distribución unimodal, que es igual 0 puntos, es decir, son los datos que se repiten con mayor frecuencia.

Respecto a las medidas de variabilidad, se observa que el conjunto de las observaciones es variado, porque la desviación estándar de las notas del examen de productos notables, varía en promedio en 0.598 puntos de la escala vigesimal respecto a la media aritmética. Con un coeficiente de variabilidad de 139.44 % que es mayor que el parámetro de 33%, lo que significa que los datos son muy variados. Asimismo, se observa que las notas se encuentran entre el valor mínimo de 0.000 puntos y un máximo de 2.000 puntos; es decir, el rango de variabilidad es de 2 puntos.

A partir de estos resultados descriptivos, se puede concluir que el nivel de aprendizaje significativo de productos notables antes de iniciar la aplicación de la variable independiente,

cálculo de las áreas rectangulares, los estudiantes no tienen los saberes previos necesarios para el aprendizaje.

4.1.2 Grupo experimental

Para una mayor claridad expositiva de los resultados, comentaremos detalladamente en una tabla los resultados obtenidos sobre el nivel de aprendizaje significativo del **grupos experimental** referido al tema de productos notables en los estudiantes del tercer grado de la institución educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica.

Tabla 3

Nivel de aprendizaje de productos notables del grupo experimental en la prueba de entrada de los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica.

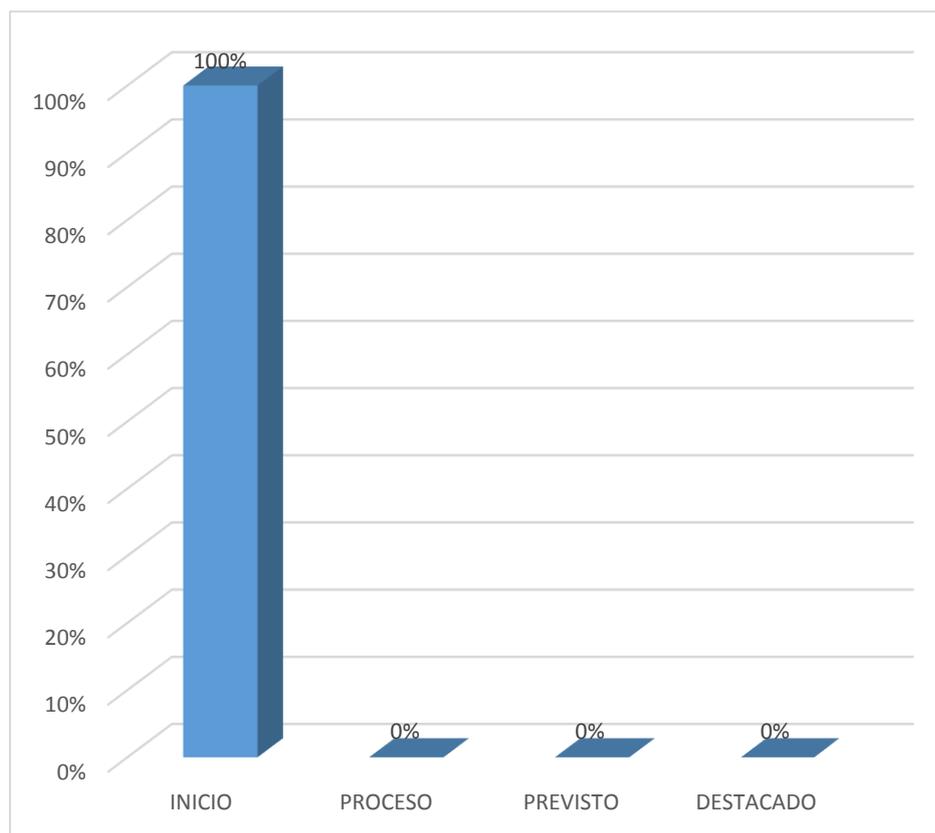
		frecuencia	porcentaje
Prueba de entrada del grupo experimental	En inicio	21	100%
	En proceso	0	0%
	Logro previsto	0	0%
	Logro destacado	0	0%
	Total	21	100%

Fuente: *Aplicación de la prueba de entrada.*

Trasladando los datos de la tabla anterior a un gráfico que nos muestre los niveles de aprendizaje significativo del **grupo experimental** referido al tema de productos notables en estudiantes del tercer grado de la institución educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica, es la siguiente:

Gráfico 2

Nivel de aprendizaje de productos notables del grupo experimental en la prueba de entrada de los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica.



De la tabla y del gráfico, se observa en forma general que el nivel de aprendizaje significativo del **grupo experimental** referido al tema de productos notables, los estudiantes también se encuentran en el nivel de inicio el 100% del total, que equivale al total de los estudiantes. En los niveles de proceso, logro previsto y logro destacado no se obtuvo ningún estudiante.

Estos resultados podemos corroborar con los estadísticos que se muestra a continuación en la siguiente tabla.

Tabla 4

Estadígrafos de la prueba de entrada sobre el aprendizaje significativo del grupo experimental referido al tema de productos notables de los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica.

Resumen de estadísticos	
Media aritmética	1.571
Mediana	1.000
Moda	0
Desviación estándar	2.014
Coefficiente de variación	128.18%
Mínimo	0.000
Máximo	6.000

Fuente: Aplicación de la prueba de entrada.

En la tabla se observa que el promedio del aprendizaje significativo de productos notables tiene un valor de 1.571 puntos que corresponde al nivel de logro en inicio. La mediana tiene un valor de 1.000 puntos, el cual significa que la mitad de los estudiantes tiene notas desaprobatorias por debajo de este valor y la otra mitad son mayores a 1.000. Asimismo, el conjunto de estos datos tienen una sola moda, siendo una distribución unimodal, que es igual 0 puntos, es decir, son los datos que se repiten con mayor frecuencia.

Respecto a las medidas de variabilidad, se observa que el conjunto de las observaciones es variado, porque la desviación estándar de las notas del examen de productos notables, varía en promedio en 2.014 puntos de la escala vigesimal respecto a la media aritmética. Con un coeficiente de variabilidad de 128.18% que es mayor que el parámetro de 33%, lo que significa que los datos son muy variados. Asimismo, se observa que las notas se encuentran entre el valor mínimo de 0.000 puntos y un máximo de 6.000 puntos; es decir, el rango de variabilidad es de 6 puntos.

A partir de estos resultados descriptivos, se puede concluir que el nivel de aprendizaje significativo de productos notables antes de iniciar la aplicación de la variable independiente,

cálculo de las áreas rectangulares, los estudiantes no tienen los saberes previos necesarios para el aprendizaje.

4.2 Resultados de la prueba de salida

Atendiendo a los resultados que hemos obtenido en la prueba de salida en los grupos de control y experimental sobre aprendizaje significativo de productos notables en los estudiantes del tercer grado de la institución educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica después de realizar la parte experimental del trabajo de investigación, se muestran a través de tablas y gráficos.

4.2.1 Grupo control

Para una mayor claridad expositiva de los resultados de la prueba de salida, comentaremos detalladamente en una tabla los resultados obtenidos sobre el nivel de aprendizaje significativo del grupos control referido al tema de aprendizaje significativo de productos notables en estudiantes de la institución educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica.

Tabla 5

Nivel de aprendizaje de productos notables del grupo control en la prueba de salida de los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa Mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica.

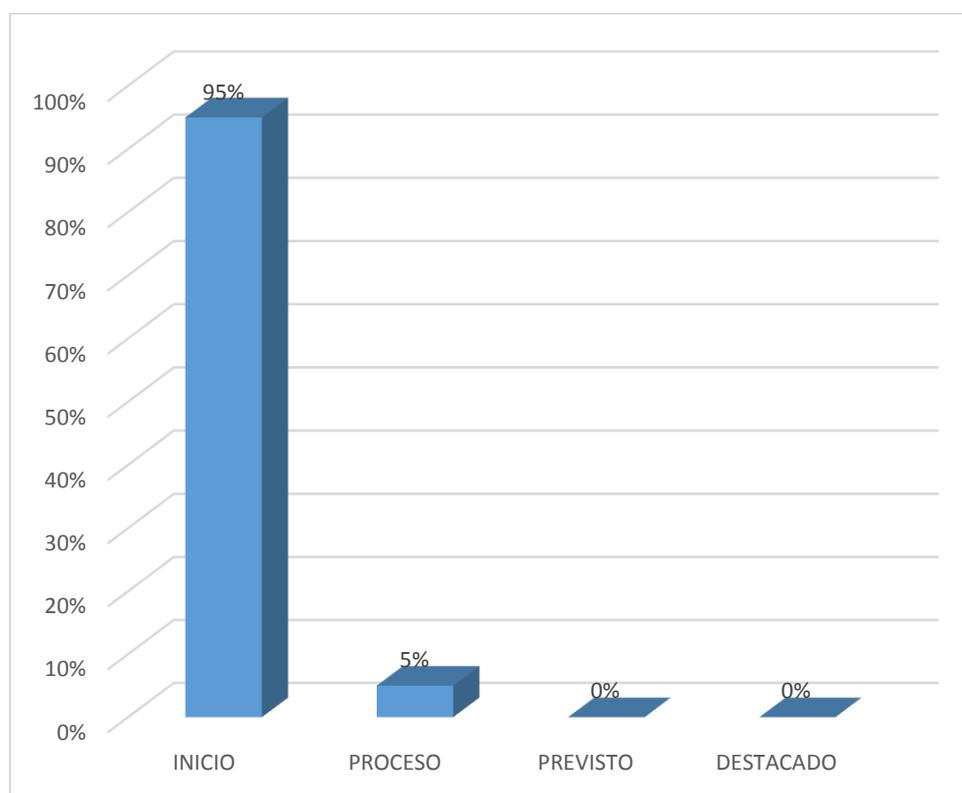
	frecuencia	porcentaje
Prueba de salida del grupo control	En inicio	20 95%
	En proceso	1 5%
	Logro previsto	0 0%
	Logro destacado	0 0%
	Total	21 100%

Fuente: *Aplicación de la prueba de salida.*

trasladando los datos de la tabla anterior a un gráfico que nos muestre los niveles de aprendizaje significativo del **grupo control** de la prueba de salida referido al tema de productos notables en estudiantes del tercer grado de la institución educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica, es la siguiente:

Gráfico 3

Nivel de aprendizaje de productos notables del grupo control en la prueba de salida de los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica.



De la tabla y de gráfico, se puede apreciar de manera general que el nivel de aprendizaje significativo de productos notables de los estudiantes después de la aplicación del método deductivo e inductivo (método del docente) se encuentran en el nivel de inicio con el 95% del total de los estudiantes, que corresponde a 20 estudiantes de un total de 21 estudiantes, seguido en el nivel de proceso el 5% del total de los estudiantes, que corresponde a 1 estudiante de un total de 21 estudiantes. Mientras que en el nivel de logro

previsto y destacado no se tiene ningún estudiante. Estos resultados evidencian que el aprendizaje de productos notables a través de la enseñanza del método deductivo e inductivo (método del docente) mejora relativamente respecto a la prueba de entrada, pero aún se mantiene la gran mayoría de los estudiantes en el nivel de inicio.

Estos resultados podemos corroborar con los estadísticos de la prueba de salida del grupo control que se muestra a continuación en la siguiente tabla.

Tabla 6

Estadísticos del aprendizaje de productos notables del grupo control en la prueba de salida de los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica.

Resumen de estadísticos	
Media aritmética	6.333
Mediana	6.000
Moda	6
Desviación estándar	1.528
Coefficiente de variación	24.12%
Mínimo	4.000
Máximo	11.000

Fuente: Aplicación de la prueba de salida.

De las medidas de tendencia central, se observa que el promedio de la distribución tiene un valor de 6.333 puntos de la escala, que corresponde al nivel de inicio respecto al aprendizaje de productos notables. La mediana tiene un valor de 6.000 puntos, es decir, la mitad de los puntajes se encuentran por debajo de este valor y la otra mitad por encima de 6.000. En cuanto a los datos que más veces aparecen en la distribución son la nota de 6, que significa que la distribución es unimodal.

Con respecto a los estadígrafos de dispersión, los puntajes son homogéneos respecto a la media aritmética, porque la desviación estándar de los datos es de 1.528 puntos, que en forma porcentual nos indica que el coeficiente de variabilidad es menor que

el parámetro de 33%. Asimismo, el rango de variación de estos puntajes es de 7.000 puntos, entre un valor mínimo de 4.000 y un máximo de 11.000 puntos.

En forma general, de estos resultados se puede ver que los datos de la prueba de salida del grupo control permanecen en el nivel de inicio al igual que en la prueba de entrada.

4.2.2 Grupo experimental

Para una mayor claridad expositiva de los resultados de la prueba de salida, comentaremos detalladamente en una tabla los resultados obtenidos sobre el nivel de aprendizaje significativo del grupo experimental referido al tema de aprendizaje significativo de productos notables en estudiantes de la institución educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica.

Tabla 7

Nivel de aprendizaje de productos notables del grupo experimental en la prueba de salida de los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica.

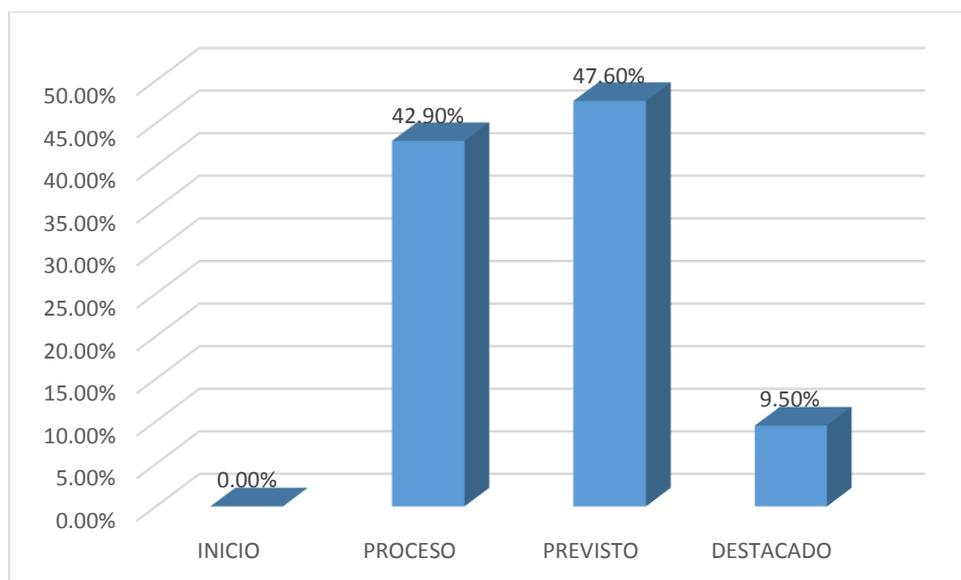
		frecuencia	porcentaje
Prueba de salida del grupo experimental	En inicio	0	0.0%
	En proceso	9	42.9%
	Logro previsto	10	47.6%
	Logro destacado	2	9.5%
	Total	21	100%

Fuente: *Aplicación de la prueba de salida.*

Trasladando los datos de la tabla anterior a un gráfico que nos muestre los niveles de aprendizaje significativo del **grupo experimental** de la prueba de salida referido al tema de productos notables en estudiantes del tercer grado de la institución educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica, es la siguiente:

Gráfico 4

Nivel de aprendizaje de productos notables del grupo experimental en la prueba salida de los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa Mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica.



De la tabla y del gráfico, se puede apreciar en forma global que el nivel de aprendizaje significativo de productos notables de los estudiantes después de la aplicación del **cálculo de las áreas rectangulares** se encuentran en logro previsto con el 47.60% del total de los estudiantes, que corresponde a 10 estudiantes de un total de 21, seguido el nivel de logro destacado con el 9.50% que representa a 2 estudiantes. Mientras que en el nivel de proceso se tiene 9 estudiante y en el nivel en inicio no se tiene ningún estudiante. Estos resultados evidencian que el aprendizaje ha mejorado notoriamente respecto a la prueba de entrada.

Estos resultados podemos corroborar con los estadísticos de la prueba de salida del grupo experimental que se muestra a continuación en la siguiente tabla.

Tabla 8

Estadísticos del aprendizaje de productos notables del grupo experimental en la prueba de salida de los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica.

Resumen de estadísticos	
Media aritmética	13.667
Mediana	14.000
Moda	14
Desviación estándar	2.058
Coficiente de variación	15.05%
Mínimo	11.000
Máximo	18.000

Fuente: Aplicación de la prueba de salida.

De las medidas de tendencia central, se observa que el promedio de la distribución tiene un valor de 13.667 puntos de la escala, que corresponde al nivel de logro previsto respecto al aprendizaje significativo de los productos notables. La mediana tiene un valor de 14 puntos, es decir, la mitad de los puntajes se encuentran por debajo de este valor y la otra mitad por encima de 14. En cuanto los datos que más veces aparecen en la distribución son la nota de 14 y que significa que la distribución es unimodal.

Con respecto a los estadígrafos de dispersión, los puntajes son homogéneos respecto a la media aritmética, porque la desviación estándar de los datos es de 2.058 puntos, que en forma porcentual nos indica que el coeficiente de variabilidad es menor que el parámetro de 33%. Asimismo, el rango de variación de estos puntajes es de 7 puntos, entre un valor mínimo de 11.000 y un máximo de 18.000 puntos.

En forma general, de estos puntajes se puede ver que los datos de la prueba de salida en el grupo experimental tienen una mejor calidad de resultados en comparación a los de la prueba de entrada y salida del grupo control tal como se puede apreciar en el siguiente tabla y gráfico en la que se compara los resultados de la pruebas de salida (grupo control) y prueba de salida (grupo experimental).

4.2.3 Comparación de resultados de la prueba de salida de ambos grupos

Para una observación global de los resultados del trabajo de investigación se comparan los resultados de la prueba de entrada y salida del grupo control y grupo experimental respectivamente de los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica, siendo la comparación en la siguiente tabla:

Tabla 9

Comparación de los resultados de la prueba de salida y entrada del grupo control y experimental de los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica.

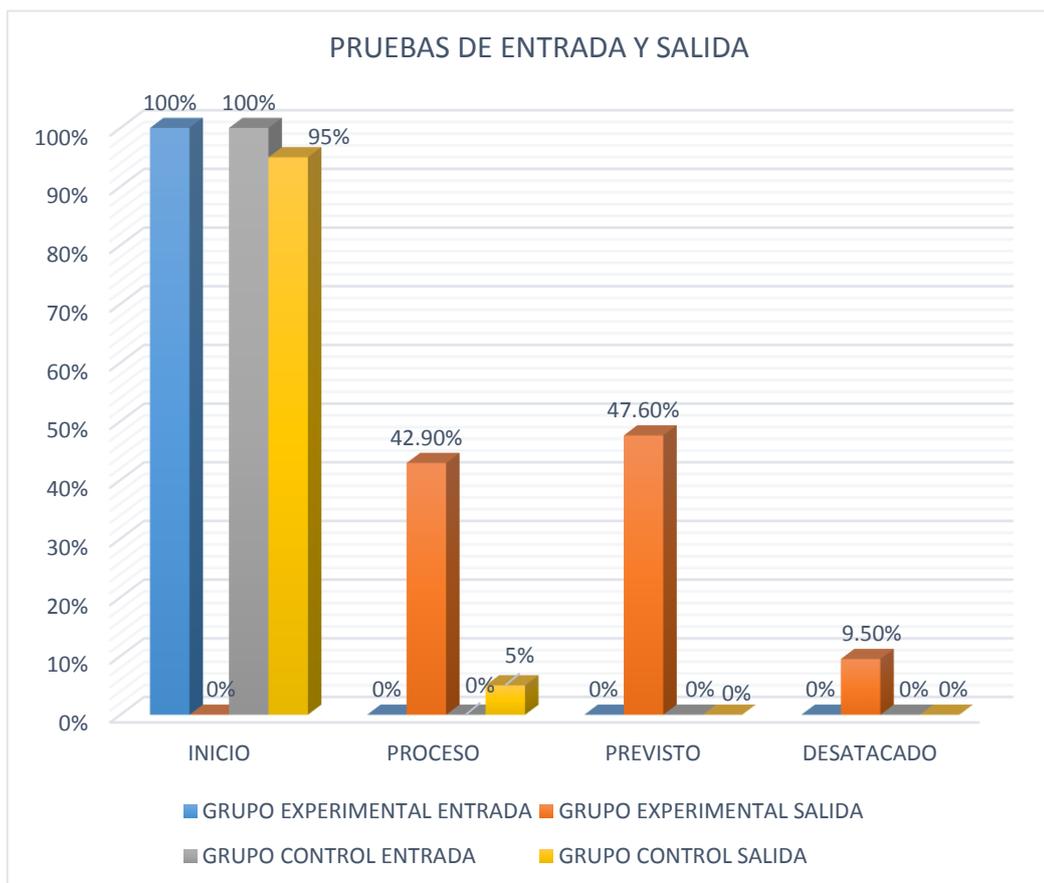
NIVEL DE APRENDIZAJE	FRECUENCIA				PORCENTAJE			
	Grupo control		Grupo experimental		Grupo control		Grupo experimental	
	entrada	salida	entrada	salida	entrada	salida	entrada	Salida
Inicio	21	20	21	0	100%	95%	100%	0.0%
Proceso	0	1	0	9	0%	5%	0%	42.9%
Logro previsto	0	0	0	10	0%	0%	0%	47.6%
Logro destacado	0	0	0	2	0%	0%	0%	9.5%
TOTAL	21	21	21	21	100%	100%	100%	100.0%

Fuente: *Aplicación de la prueba de entrada.*

Trasladando los datos de la tabla anterior a un gráfico que nos muestre la comparación de los niveles de aprendizaje significativo del **grupo control y de grupo experimental** respectivamente de la prueba de salida referido al tema de productos notables en estudiantes del tercer grado de la institución educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica, es el siguiente gráfico:

Grafico 5

Comparación de los resultados de la prueba de salida y entrada del grupo control y experimental de los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica.



Los resultados descriptivos analizados, corroboran la hipótesis de investigación, de que la enseñanza a través del **cálculo de las áreas rectangulares**, influye significativamente el nivel de aprendizaje de productos notables en los estudiantes del tercer grado de la institución educativa mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica. A fin de validar estadísticamente dicha hipótesis, se presenta la siguiente prueba de hipótesis.

4.3 Prueba de hipótesis

Para evaluar la diferencia de medias del aprendizaje de productos notables, se

emplea la estadística no paramétrica de U de Mann-Whitney con aproximación a la normal para dos muestras independientes, en razón a que los puntajes de la prueba de salida no tienen distribución normal y asimismo por lo que las unidades de análisis de cada grupo no han sido tomados de manera aleatoria.

La contrastación de la prueba de diferencia de medias independientes se realiza en la forma siguiente:

Ho: No existen diferencias estadísticamente significativas entre los promedios de aprendizaje de producto notables del grupo experimental y control al finalizar la investigación.

$$(Esto es: \mu_{GE} = \mu_{GC})$$

Ha: El promedio del aprendizaje de productos notables del grupo experimental es significativamente mejor que el promedio del aprendizaje de productos notables del grupo control al finalizar la investigación.

$$(Esto es: \mu_{GE} > \mu_{GC})$$

Estas hipótesis es una prueba unilateral derecha o de cola a la derecha, el cual se contrastará a un nivel de significancia de 0.05.

Los resultados de contraste se realizaron en base a los datos reportados por el SPSS, que se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 10

Estadístico de contraste de U de Mann-Whitney con los resultados de la prueba de salida del grupo control y experimental.

Grupo	N	Rango promedio	Suma de rangos	U de Mann Whitney	Z	Sig.
Control	21	11,07	232,50	1,500	-5,547	,000
Experimental	21	31,93	670,50			
Total	42					

Fuente: Aplicación de la prueba objetiva.

De la tabla precedente se observa que el valor de la estadística de prueba de Z tiene un valor de -5,547 con un valor probabilístico (Sig.) asociado a ella de 0,000. Comparando este valor con el nivel de significancia asumida de 0,05; se determina que es menor ($0,000 < 0,05$), por lo que se rechaza la hipótesis nula (H_0) y se acepta la hipótesis alternativa (H_a). Con este resultado se concluye que “el promedio del grupo experimental es significativamente mejor que el promedio del aprendizaje de productos notables del grupo control al finalizar la investigación”, con el cual se confirma la hipótesis de investigación de “El uso del cálculo de las áreas rectangulares influye favorablemente en el aprendizaje significativo de productos notables en los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa Mixto “Ramón Castilla y Marquesado” de Huancavelica”.

4.4 Discusión de resultados

Esta investigación tuvo como propósito determinar la influencia del cálculo de las áreas rectangulares en el aprendizaje significativo de productos notables en los estudiantes.

A continuación, se estarán discutiendo los principales hallazgos de este estudio.

Los resultados obtenidos en esta investigación, muestran que después de haberse aplicado el cálculo de áreas rectangulares como medio para el aprendizaje significativo de los productos notables los estudiantes mostraron mayor interés en el aprendizaje. Datos similares ha reportado Figuera (2006) en su tesis titulada “Propuesta para la enseñanza y aprendizaje del teorema de Pitágoras a través de una unidad didáctica” en la Universidad Simón Bolívar, Caracas – Venezuela, donde observa que los recursos didácticos resultan provechosos para los estudiantes, ya que propician el interés y el desarrollo del aprendizaje.

Por otro lado, se comprobó que el aprendizaje de productos notables fue significativo en virtud de que el cálculo de áreas rectangulares fue aplicado adecuadamente, consiguiendo que los estudiantes obtuvieran un logro previsto. Este resultado coincide con el DCN (2009, p. 53), respecto a la escala de calificación; esto es cuando el estudiante evidencia el logro de los aprendizajes previstos en el tiempo programado.

Cabe mencionar que en los estudiantes del grupo control y experimental al final de la prueba se encontró diferencias significativas, esto hace evidenciar que la variable independiente influye significativamente en el aprendizaje de los productos notables. La diferencia se debió a que los estudiantes venían siendo enseñados de manera tradicional y que los docentes no se preocupaban de buscar formas didácticas para que el alumno tenga un aprendizaje significativo. La enseñanza de los productos notables se relacionó con el cálculo de áreas rectangulares. Mediante el establecimiento de estas relaciones se logró dar sentido a las fórmulas de los productos notables, donde los estudiantes fueron guiados a determinar las fórmulas de los productos notables a través de la aprehensión operativa de reconfiguración de las áreas rectangulares. Similares diferencias reporta Guerrero y Moreno (2013), donde observa que la representación semiótica de la imagen, la presencia de este tipo de representación sería un factor importante en la adquisición del conocimiento pues entre más representaciones el niño pueda establecer sobre un mismo objeto mejor será su comprensión del mismo.

Por consiguiente y respecto a lo mencionado anteriormente se observó que los resultados obtenidos en las diferencias de las medias en la prueba de salida. El aprendizaje de productos notables después de haberse aplicado el cálculo de áreas rectangulares arrojó mejores resultados con una diferencia de medias ($13,667 - 6,334$) de 7.334 , esto significa que al aplicar el cálculo de áreas rectangulares en el aprendizaje de productos notables dan como resultado un aprendizaje mejor que el aprendizaje dado con el método del profesor.

Por otro lado, de estos resultados se desprende información que puede ser de utilidad para futuras investigaciones y para las distintas instituciones educativas a nivel secundario en términos enseñanza, de tal modo se pueda promover el mejoramiento de la calidad de aprendizaje de los estudiantes.

CONCLUSIONES

Con base a los resultados obtenidos en este trabajo se mencionan los siguientes:

En este trabajo realizado con los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa mixto "Ramón Castilla Marquesado" de Huancavelica, se evidenció la importancia que tiene el cálculo de áreas rectangulares en el aprendizaje significativo de productos notables.

Utilizado el cálculo de áreas rectangulares en el grupo experimental como medio para alcanzar un aprendizaje significativo de los productos notables produjo buenos resultados, en comparación con el grupo control.

La enseñanza de los productos notables mediante el cálculo de áreas rectangulares propicio que los estudiantes tengan un interés por descubrir las fórmulas de los productos notables. Ya que este tema les gusto a los estudiantes por qué se buscó la vinculación entre los productos notables y el cálculo de las áreas rectangulares, ya que por lo general solo se enseñaba de manera tradicional y no se complementaba su enseñanza con el cálculo de las áreas rectangulares.

Así mismo se concluye, de acuerdo a los resultados obtenidos en el análisis estadístico, que el cálculo de áreas rectangulares es un medio eficaz para el aprendizaje significativo de los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa mixto "Ramón Castilla Marquesado" de Huancavelica, en el tema de productos notables.

Por último se ha determinado enseñar los productos notables a través del cálculo de áreas rectangulares como formas didácticas, estrategias o métodos para el aprendizaje significativo de los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa mixto "Ramón Castilla Marquesado" de Huancavelica, ya estos influyen significativamente en su aprendizaje

SUGERENCIAS

Las matemáticas son de vital importancia para el desarrollo cognitivo de los jóvenes, ya que este conocimiento les va a servir para toda la vida, ya sea en la capacitación superior, como en el desarrollo y desempeño laboral. Para muchos jóvenes las matemáticas son algo muy difícil y aburrido, ante esto se recomienda a los profesores de diversas Instituciones Educativas enseñar los productos notables a través del cálculo de áreas rectangulares como medio didáctico, estrategia o método, para conseguir un aprendizaje significativo de estos.

Desarrollar actividades de sensibilización en los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa mixto “Ramón Castilla Marquesado” de Huancavelica con el objetivo de que puedan perder el temor casi generalizado de que la matemática es difícil de aprender, esto porque existen estudiantes que demostraron esta timidez al no encontrar apoyo en los docentes.

Implementar la capacitación de los docentes de la Institución Educativa mixto “Ramón Castilla Marquesado” de Huancavelica con la finalidad de que puedan adquirir mejores habilidades para desarrollar métodos didácticos pertinentes para las áreas a las cuales pertenecen.

Motivar a los docentes y directores de la Institución Educativa mixto “Ramón Castilla Marquesado” de Huancavelica para que puedan dar las facilidades respectivas de aplicar los instrumentos de investigación con el objeto de apoyar los diferentes trabajos de investigación que se realizan, porque los resultados de las mismas serán de gran ayuda para la mejora de la ansiada calidad educativa, de manera que el mencionado trabajo es un aporte y pueda servir para otras investigaciones respecto a las variables estudiadas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acevedo, H.D (2007). “enseñanza de los productos notables por medio del aprendizaje cooperativo” (Tesis de licenciado). Universidad industrial de Santander Bucaramanga, Colombia. Recuperado de <http://repositorio.uis.edu.co/jspui/bitstream/123456789/7120/2/125267.pdf>
- Alonzo, M. C. (2010). *Variables del aprendizaje significativo para el desarrollo de las competencias básicas*. (1ra ED.) Recuperado de <http://www.aprendizajesignificativo.es/mats/Variables%20del%20aprendizaje%20significativo%20para%20el%20desarrollo%20de%20las%20competencias%20basicas.pdf>
- Barreto, J. (2009). Percepción geométrica de los productos notables y de la media geométrica. Números Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/3512/1/Barreto2009Percepci%C3%B3nNumeros71.pdf>
- Barriga, F. D. & Hernández, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. México: Mexicana
- Berckemeyer, F. (10 de febrero del 2016). *Perú es el país con peor rendimiento escolar de Sudamérica*. Comercio. Recuperado de http://elcomercio.pe/lima/ciudad/peru-pais-peor-rendimiento-escolar-sudamerica-noticia-877808?ref=flujo_tags_223249&ft=nota_1&e=titulo
- Bunge, M. (2006). *“La ciencia” su método y su filosofía*. Buenos aires: Siglo 20

Coveñas M. (1997). *Razonamiento Matemático*. Lima: Coveñas

Cori, S.L., Vila, M.C. y Oseda, D. (2008). *Metodología de la Investigación*. Huancayo: Pirámide

Espinoza, J. (2000). *Diccionario de matemáticas*. Madrid: Cultura

Figuera, L (2006). *Propuesta para la enseñanza y aprendizaje del teorema de Pitágoras a Través de una unidad didáctica*. Tesis presentada para optar al grado de Especialista en Didáctica de las Matemáticas. Universidad Simón Bolívar, Caracas - Venezuela. Recuperado el 18 de marzo de 2016 en <http://159.90.80.55/tesis/000144782.pdf>

Guerrero Garay, D., & Moreno Prieto, Á. (2013). *Un Análisis del tratamiento didáctico del producto notable (cuadrado de la suma de dos términos) en el libro de texto hipertexto de matemáticas 8*. *Revista Científica*, 0, 145 - 149. Recuperado de <http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/view/5994>

Hernández R., Fernández C. y Baptista P. (2010). *Metodología de la Investigación*. Colombia: Mc Graw – Hill.

Instituto de ciencias y humanidades (2008). *Psicología, una perspectiva científica*. Lima: Lumbreras

Larousse (2006). *Diccionario esencial matemáticas*. Granjas esmeraldas - México: Marc Escarmís Arasa

Ministerio De Educación (2009). *Diseño Curricular Nacional*, Recuperado de [file:///C:/Users/Usuario/Downloads/dcn_2009%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/Usuario/Downloads/dcn_2009%20(1).pdf)

Torres, A. (2007). *Educación matemática y desarrollo del pensamiento lógico matemático*. Lima: Rubiños.

Soto, E. (2011). *Diccionario ilustrado de conceptos matemáticos*. Monterey - México
Encontrado en <http://wordpress.colegio-arcangel.com/matematicas/files/2012/10/DICM.pdf>

Yarlequé, L.A. (1998). *Psicología evolutiva y pedagógica*. Huancayo: Facultad de Pedagogía y Humanidades de la UNCP

DCN (2009). *Educación básica regular* Recuperado de
<http://www.minedu.gob.pe/normatividad/reglamentos/DisenoCurricularNaciona2005FINAL.pdf>

ANEXO



UNIVERSIDAD NACIONAL DE HUANCAMELICA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
CENTRO DE INVESTIGACIÓN

**VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN POR
 CRITERIO DE JUECES**

I. DATOS GENERALES

1.1 Apellidos y nombres del juez : *Lourdes Conce Fily A.*
 1.2 Cargo e institución donde labora : *Docente de la UNH*
 1.3 Nombre del instrumento evaluado : *Prueba escrita*
 1.4 Autor (es) del instrumento : *Humberto Bernardo A. y
 Manuel Pedano B.*

II. ASPECTO DE LA VALIDACIÓN

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente 1	Baja 2	Regular 3	Buena 4	Muy buena 5
1. CLARIDAD	Esta formulado con lenguaje apropiado y comprensible				X	
2. OBJETIVIDAD	Permite medir hechos observables				X	
3. ACTUALIDAD	Adecuado al avance de la ciencia y tecnología				X	
4. ORGANIZACIÓN	Presentación ordenada					X
5. SUFICIENCIA	Comprende aspectos de las variables en cantidad y calidad suficiente				X	
6. PERTINENCIA	Permite conseguir datos de acuerdo a los objetivos planteados				X	
7. CONSISTENCIA	Pretende conseguir datos basados en teorías o modelos teóricos					X
8. COHERENCIA	Entre variables, indicadores y los items				X	
9. METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito de la investigación				X	
10. APLICACIÓN	Los datos permiten un tratamiento estadístico pertinente				X	
↓ ↓ ↓ ↓ ↓						
CONTEO TOTAL DE MARCAS (realice el conteo en cada una de las categorías de la escala)		A	B	C	D	E
					8	2

$$\text{Coeficiente de validez} = \frac{1 \times A + 2 \times B + 3 \times C + 4 \times D + 5 \times E}{50} = \frac{0 + 0 + 0 + 4 \times 8 + 5 \times 2}{50} = \underline{0,84}$$

III. CALIFICACIÓN GLOBAL (Ubique el coeficiente de validez obtenido en el intervalo respectivo y marque con un aspa en el círculo asociado)

CATEGORIA	INTERVALO
Desaprobado	[0,00 – 0,60]
Observado	<0,60 – 0,70]
Aprobado	<0,70 – 1,00]

IV. OPINIÓN DE APLICABILIDAD

Para aplicación

Lugar:
 Huancavelica, 30 de 09 del 2016

Firma del juez



UNIVERSIDAD NACIONAL DE HUANCVELICA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
CENTRO DE INVESTIGACIÓN

**VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN POR
 CRITERIO DE JUECES**

I. DATOS GENERALES

- 1.1 Apellidos y nombres del juez : CAYLLAHUA YARASCA, UBALDO
 1.2 Cargo e institución donde labora : FACULTAD DE EDUCACION - UNH
 1.3 Nombre del instrumento evaluado : PRUEBA ESCRITA CON ITEMS DE DESARROLLO
 1.4 Autor (es) del instrumento : HUMBERTO BERNARDO ASTO / MARIAL SEDANO ESCOBAR

II. ASPECTO DE LA VALIDACIÓN

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente 1	Baja 2	Regular 3	Buena 4	Muy buena 5
1. CLARIDAD	Esta formulado con lenguaje apropiado y comprensible				X	
2. OBJETIVIDAD	Permite medir hechos observables				X	
3. ACTUALIDAD	Adecuado al avance de la ciencia y tecnología			X		
4. ORGANIZACIÓN	Presentación ordenada				X	
5. SUFICIENCIA	Comprende aspectos de las variables en cantidad y calidad suficiente			X		
6. PERTINENCIA	Permite conseguir datos de acuerdo a los objetivos planteados				X	
7. CONSISTENCIA	Pretende conseguir datos basados en teorías o modelos teóricos				X	
8. COHERENCIA	Entre variables, indicadores y los items				X	
9. METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito de la investigación				X	
10. APLICACIÓN	Los datos permiten un tratamiento estadístico pertinente					X
↓ ↓ ↓ ↓ ↓						
CONTEO TOTAL DE MARCAS (realice el conteo en cada una de las categorías de la escala)		A	B	2 C	7 D	1 E

$$\text{Coeficiente de validez} = \frac{1 \times A + 2 \times B + 3 \times C + 4 \times D + 5 \times E}{50} = \frac{39}{50} = 0,78$$

III. CALIFICACIÓN GLOBAL (Ubique el coeficiente de validez obtenido en el intervalo respectivo y marque con un aspa en el círculo asociado)

CATEGORIA	INTERVALO
Desaprobado ○	[0,00 – 0,60]
Observado ○	<0,60 – 0,70]
Aprobado ○ <i>X</i>	<0,70 – 1,00]

IV. OPINIÓN DE APLICABILIDAD

Procede su aplicación

Lugar:

Huancavelica... 30 de setiembre del 2016

Firma del juez



UNIVERSIDAD NACIONAL DE HUANCAMELICA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
CENTRO DE INVESTIGACIÓN

**VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN POR
 CRITERIO DE JUECES**

I. DATOS GENERALES

1.1 Apellidos y nombres del juez : Yalli Huaman, Edgar
 1.2 Cargo e institución donde labora : U. N. H.
 1.3 Nombre del instrumento evaluado : Prueba Escrita
 1.4. Autor (es) del instrumento : Sedano Escobar, Mercedes / Bernardo Asto, Humberto

II. ASPECTO DE LA VALIDACIÓN

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente 1	Baja 2	Regular 3	Buena 4	Muy buena 5
1. CLARIDAD	Esta formulado con lenguaje apropiado y comprensible				X	
2. OBJETIVIDAD	Permite medir hechos observables			X		
3. ACTUALIDAD	Adecuado al avance de la ciencia y tecnología			X		
4. ORGANIZACIÓN	Presentación ordenada					X
5. SUFICIENCIA	Comprende aspectos de las variables en cantidad y calidad suficiente				X	
6. PERTINENCIA	Permite conseguir datos de acuerdo a los objetivos planteados					X
7. CONSISTENCIA	Pretende conseguir datos basados en teorías o modelos teóricos				X	
8. COHERENCIA	Entre variables, indicadores y los items				X	
9. METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito de la investigación					X
10. APLICACIÓN	Los datos permiten un tratamiento estadístico pertinente				X	
↓ ↓ ↓ ↓ ↓						
CONTEO TOTAL DE MARCAS (realice el conteo en cada una de las categorías de la escala)		A	B	C	D	E
				2	5	3

$$\text{Coeficiente de validez} = \frac{1 \times A + 2 \times B + 3 \times C + 4 \times D + 5 \times E}{50} = \frac{0.82}{1} = 0.82$$

III. CALIFICACIÓN GLOBAL (Ubique el coeficiente de validez obtenido en el intervalo respectivo y marque con un aspa en el círculo asociado)

CATEGORIA	INTERVALO
Desaprobado ○	[0,00 – 0,60]
Observado ○	<0,60 – 0,70]
Aprobado ⊗	<0,70 – 1,00]

IV. OPINIÓN DE APLICABILIDAD

Procede su aplicación, previa corrección del los items observados

Lugar:
 Huancavelica..... 3 de Octubre del 20... 16.....


 Firma del juez

**SOLICITO: REDACCIÓN DE OFICIO PARA LA APLICACIÓN
DE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN**

**SEÑOR DIRECTOR DE LA E.A.P. SECUNDARIA DE EDUCACIÓN DE LA UNIVERSIDAD
NACIONAL DE HUANCAMELICA.**

S.D.



Nosotros; **BERNARDO ASTO, Humberto** identificado con código de matrícula N° 2010233002 y **SEDANO ESCOBAR, Marcial** identificado con código de matrícula N° 2007233034, egresados de la E.A.P. de Educación Secundaria especialidad de Matemática, Computación e Informática con el debido respeto nos presentamos y exponemos:

Que, teniendo la necesidad de aplicar el trabajo de investigación , considerando el siguiente título **CÁLCULO DE ÁREAS RECTANGULARES EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE PRODUCTOS NOTABLES EN ESTUDIANTES DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA “RAMÓN CASTILLA MARQUESADO” HUANCAMELICA.** En la institución educativa ramón castilla marquesado de Huancavelica. Recorro a su digno despacho a fin de que se redacte el oficio correspondiente.

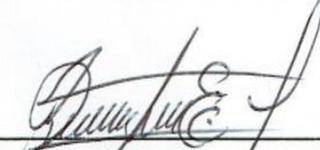
POR LO EXPUESTO:

Ruego a usted señor director, acceder nuestra petición por ser justicia que esperamos alcanzar.

Huancavelica, 04 de octubre de 2016



BERNARDO ASTO, Humberto
Código de matr. 2010233002



SEDANO ESCOBAR, Marcial
Código de matr. 2007233034



UNIVERSIDAD NACIONAL DE HUANCAVELICA

(CREADO POR LEY N° 25263)

FACULTAD DE EDUCACIÓN

Escuela Profesional de Educación Secundaria

"ACREDITACIÓN TAREA DE TODOS, AQUÍ Y AHORA"

"Año de la Consolidación del Mar de Grau"

Huancavelica, 05 de octubre de 2016.

OFICIO N° 0787-2016-EPES-FED-R-UNH

SEÑOR(A):

Mg. LEÓN HUAMÁN RAMOS

DIRECTOR DE LA I.E. Mg. RAMÓN CASTILLA MARQUESADO.

PRESENTE.-



Hora: 3:50

ASUNTO : AUTORIZACIÓN PARA APLICACIÓN DE INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN.

Es grato dirigirme a usted, para hacerle llegar un saludo cordial a nombre de la Escuela Académico Profesional de Educación Secundaria de la Universidad Nacional de Huancavelica, a través del presente comunico que los egresados BERNARDO ASTO, Humberto y SEDANO ESCOBAR, Marcial de la especialidad de Matemática Computación e Informática, viene realizando un trabajo de investigación denominado: "CÁLCULO DE ÁREAS RECTANGULARES EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE PRODUCTOS NOTABLES EN ESTUDIANTES DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA "RAMÓN CASTILLA MARQUESADO" HUANCAVELICA". Por lo que, solicito su autorización y dar facilidades del caso para aplicar el instrumento de investigación (Cuestionario de Entrevista), a fin de contribuir con el objetivo propuesto por la interesada.

En espera de su amable atención, me suscribo de usted, renovándoles los sentimientos de mi especial consideración y deferencia personal.

Atentamente,

Cc.
"Asunto 021
CAREL"

SESIONES DE APRENDIZAJE DEL GRUPO CONTROL

SESIÓN DE APRENDIZAJE N°1

PRODUCTOS NOTABLES

Son los resultados de multiplicar dos o más polinomios, en forma directa sin necesidad de aplicar la propiedad distributiva.

CUADRADO DE UNA SUMA DE UN BINOMIO

$$(a + b)^2 \equiv a^2 + 2ab + b^2$$

El cuadrado de la suma de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad más el doble de la primera cantidad por la segunda más el cuadrado de la segunda cantidad.

EJEMPLOS:

1. $5^2 = 25$

Pero también: $5 = 3 + 2$

$$\rightarrow (3 + 2)^2 = 3^2 + 2(3)(2) + 2^2 = 9 + 12 + 4 = 25$$

¡SALIÓ LO MISMO, VES QUE INTERESANTE!

Ahora tu hazlo con: $(4 + 1)$ ¿Qué te resultó?

2. $(X + Y)^2 = X^2 + 2XY + Y^2$

3. $(2X + 3Y)^2 = (2X)^2 + 2(2X)(3Y) + (3Y)^2$
 $= (2)^2(X)^2 + 2 \cdot 2 \cdot 3(X)(Y) + (3)^2(Y)^2$
 $= 4X^2 + 12XY + 9Y^2$

4. $(a + 3b)^2 = (a)^2 + 2(a)(3b) + (3b)^2$
 $= (a)^2 + 2 \cdot 3(a)(b) + (3)^2(b)^2$
 $= a^2 + 6ab + 9b^2$

Ejercicios de Aplicación

Resolver usando los productos notables:

1. $(8 + 2)^2 =$
2. $(a + b)^2 =$
3. $(3 + 5)^2 =$
4. $(x + 3y)^2 =$
5. $(2a + 3y)^2 =$
6. $(5 + 3)^2 =$
7. $(5a + 3b)^2 =$
8. $(9 + 3)^2 =$
9. $(7 + 2)^2 =$
10. $(6 + 13)^2 =$

Diga Ud. si es verdadero ó falso:

11. $(5 + 3)^2 = 17$ (V) (F)
12. $(8 + 2)^2 = 60$ (V) (F)
13. $(4 + 1)^2 = 15$ (V) (F)
14. $(3 + 3)^2 = 1$ (V) (F)
15. $(7 + 11)^2 = -72$ (V) (F)

16. $\frac{(a+b)^2}{a^2 + 2ab + b^2} = E,$

¿Cuánto vale E?

- a) 2a b) 3b c) ab
d) 1 e) 4ab

17. $\frac{(a+b)^2 - 2ab}{a^2 + b^2} = E,$

¿cuánto vale E?

- a) 2 b) 1 c) $a^2 + b^2$
d) $a - b$ e) $a + b$

18. Demostrar que :

$$(a + b)^2 - (a^2 + b^2) = 2ab$$

19. Demostrar que :

$$(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$$

Diga Ud. si es verdadero ó falso:

20. $(x + 3y)^2 = x^2 - 6xy + 3y^2$
(V) (F)

21. $(2y + 3)^2 = 4y^2 + 12y + 9$
(V) (F)

22. Si: $a + b = 6$ $ab = 3$

Reducir: $\frac{a^2 + b^2 - 12}{ab}$

- a) 1 b) 6 c) 4
d) 3 e) N.A.

23. Si: $a + b = 4$; $ab = 5$

Calcular: $a^2 + b^2$

- a) 1 b) 2 c) 6
d) 4 e) 5

24. Reducir: $\frac{(a+b)^2 + (a+b)^2}{2a^2 + 4ab + 2b^2}$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

25. Si: $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{3}$

Calcular: $x^2 + \frac{1}{x^2}$

- a) -1 b) -2 c) 2
d) 1 e) N.A.

SESIÓN DE APRENDIZAJE N°2

PRODUCTOS NOTABLES

Son los resultados de multiplicar dos o más polinomios, en forma directa sin necesidad de aplicar la propiedad distributiva.

CUADRADO DE LA DIFERENCIA DE UN BINOMIO

$$(a - b)^2 \equiv a^2 - 2ab + b^2$$

El cuadrado de la diferencia de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad menos el doble de la primera cantidad por la segunda más el cuadrado de la segunda cantidad.

EJEMPLOS:

1. $5^2 = 25$

Pero también: $5 = 7 - 2$

$$\rightarrow (7 - 2)^2 = 7^2 - 2(7)(2) + 2^2 = 49 - 28 + 4 = 25$$

¡SALIÓ LO MISMO, VES QUE INTERESANTE!

Ahora tu hazlo con: $(4 - 1)$ ¿Qué te resultó?

2. $(X - Y)^2 = X^2 - 2XY + Y^2$

3. $(2X - 3Y)^2 = (2X)^2 - 2(2X)(3Y) + (3Y)^2$
 $= (2)^2(X)^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3(X)(Y) + (3)^2(Y)^2$
 $= 4X^2 - 12XY + 9Y^2$

4. $(a - 3b)^2 = (a)^2 - 2(a)(3b) + (3b)^2$
 $= (a)^2 - 2 \cdot 3(a)(b) + (3)^2(b)^2$
 $= a^2 - 6ab + 9b^2$

Ejercicios de Aplicación

Resolver usando el cuadrado de la diferencia de un binomio:

1. $(4 - 2)^2 =$
2. $(a - b)^2 =$
3. $(3 - 5)^2 =$
4. $(x - 3y)^2 =$
5. $(2a - 3b)^2 =$
6. $(5 - 3)^2 =$
7. $(5a - 3b)^2 =$
8. $(7 - 3)^2 =$
9. $(5 - 2)^2 =$
10. $(12 - 13)^2 =$

Diga Ud. si es verdadero ó falso:

11. $(5 - 3)^2 = (3 - 5)^2$ (V) (F)
12. $(a - b)^2 = (b - a)^2$ (V) (F)
13. $(8 - 1)^2 = 15$ (V) (F)
14. $(4 - 3)^2 = 1$ (V) (F)
15. $(7 - 11)^2 = -72$ (V) (F)

Ejercicios combinados

16. $(x + 3)^2 + (x - 3)^2 =$
 17. $(x + 2)^2 - (x - 2)^2 =$
 18. $(2x + y)^2 + (2x - y)^2 =$
 19. $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 =$
 20. $(a + 3)^2 + (a - 3)^2 =$
 21. $E = \frac{(a-b)^2 + 2ab}{a^2 + b^2}$; ¿cuánto vale E?
- a) 2 b) 1 c) $a^2 - b^2$
d) $a - b$ e) $a + b$

22. Demostrar que :
 $(a + b)^2 - (a^2 - b^2) = 4ab$

23. Demostrar que :
 $(a - b)^2 + 2ab = a^2 + b^2$

Diga Ud. si es verdadero ó falso:

24. $(x - 3y)^2 = x^2 - 6xy + 3y^2$
(V) (F)

25. $(2y - 3)^2 = 4y^2 - 12y + 9$
(V) (F)

26. Si: $a - b = 6$ $ab = 3$

Reducir: $\frac{a^2 + b^2 - 12}{ab}$

- a) 10 b) 6 c) 4
d) 3 e) N.A.

27. Si: $a - b = 4$; $ab = 5$

Calcular: $a^2 - b^2$

- a) 18 b) 2 c) 6
d) 4 e) 5

28. Reducir: $\frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{2a^2 + 2b^2}$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

29. Si: $\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{3}$

Calcular: $x^2 - \frac{1}{x^2}$

- a) -1 b) -2 c) 2
d) 1 e) N.A.

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 3

PRODUCTOS NOTABLES

Son los resultados de multiplicar dos o más polinomios, en forma directa sin necesidad de aplicar la propiedad distributiva.

PRODUCTO DE LA SUMA Y DIFERENCIA DE UN BINOMIO

$$(a + b)(a - b) \equiv a^2 - b^2$$

EJEMPLOS:

1. $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$

2. 9×5

Pero también: $9 \times 5 = (7 + 2)(7 - 2)$

$$\rightarrow (7 + 2)(7 - 2) = 7^2 - 2^2 = 49 - 4 = 45$$

¡SALIÓ LO MISMO, VES QUE INTERESANTE!

Ahora tu hazlo con: (4×6) ¿Qué te resultó?

3. $(X + 2Y)(X - 2Y) = X^2 - Y^2$

4. $(2X - 3Y)(2X - 3Y) = (2X)^2 - (3Y)^2$

$$\begin{aligned} &= (2)^2(X)^2 - (3)^2(Y)^2 \\ &= 4X^2 - 9Y^2 \end{aligned}$$

5. $(a - 3b)(a - 3b) = (a)^2 - (3b)^2$

$$\begin{aligned} &= (a)^2 - (3)^2(b)^2 \\ &= a^2 - 9b^2 \end{aligned}$$

6. $[(a + 3b) + (a - 3b)][(a + 3b) - (a - 3b)] = (a + 3b)^2 - (a - 3b)^2$

$$\begin{aligned} &= a^2 + 2(a)^2(3b) + (3b)^2 - [a^2 - 2(a)^2(3b) + (3b)^2] \\ &= 12ab \end{aligned}$$

Ejercicios de Aplicación

Resolver usando el producto de la suma y diferencia de un binomio.

1. $(a + b)(a - b) =$
2. $(2a - 3b)(2a + 3b) =$
3. $(x + 2)(x - 2) =$
4. $(y - 1)(y + 2) =$
5. $(x + 2)(x - 2) =$
6. $(x - 5)(x + 5) =$
7. $(2y + 3)(2y - 3) =$
8. $(x - 2y)(x + 2y) =$
9. $(2x + 2)(2x - 2) =$

Diga Ud. si es verdadero ó falso:

10. $(5x + 3)(5x - 3) = 5x^2 + x + 15$
(V) (F)
11. $(a - b)(a + b) = a^2 + b^2$
(V) (F)
12. $(2x - 3)(2x + 3) = 4x^2 + x + 12$
(V) (F)
13. $(x + y)(x - y) = x^2 + y^2$
(V) (F)
14. $(3x^2 + y)(3x^2 - y) = 9x^4 - y^2$
(V) (F)

Ejercicios combinados

15. $(x + 4y)(x - 4y)(x - 4y)^2 =$
16. $(a + 2b)(a - 2b)(a + 2b)^2 =$
17. $(2x + y)(2x - y)(2x - y)^2 =$
18. $(\sqrt{5}y - 2)(\sqrt{5}y + 2) =$
19. $(a + 3)(a - 3) + (a - 3)(a + 3) =$

20. $E = \frac{(a-b)(a-b)}{a^2 - b^2}$; ¿cuánto vale E?

- a) 2 b) 1 c) $a^2 - b^2$
d) $a - b$ e) $a + b$

21. Demostrar que:

$$(a^2 + b^2)(a^2 - b^2) = (a^4 - b^4)$$

22. Demostrar que:

$$(a^3 - b^3)(a^3 + b^3) = a^6 - b^6$$

Diga Ud. si es verdadero ó falso:

23. $(x - 3y)(x - 3y) = x^2 - 6xy + 3y^2$
(V) (F)
24. $(2y - 3)(2y - 3) = 4y^2 - 12y + 9$
(V) (F)

25. Si: $(a - b)(a + b) = 6$; $ab = 3$

Reducir: $\frac{a^2 - b^2 - 3}{ab}$

- a) 1 b) 6 c) 4
d) 3 e) N.A.

26. Si: $(a - b)(a + b) = 4$;

Calcular: $a^2 - b^2$

- a) 18 b) 2 c) 6
d) 4 e) 5

27. Reducir:

$$\frac{((a+b)^2 - (a-b)^2)((a+b)^2 + (a-b)^2)}{(a+b)^4 - (a-b)^4}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

28. Si: $(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}) = 3$

Calcular: $x - \frac{1}{x}$

- a) -1 b) -2 c) 3
d) 1 e) N.A.

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 4

PRODUCTOS NOTABLES

Son los resultados de multiplicar dos o más polinomios, en forma directa sin necesidad de aplicar la propiedad distributiva.

PRODUCTO DE DOS BINOMIO CON TÉRMINO COMÚN

$$(x + a)(x + b) \equiv x^2 + x(a + b) + ab$$

$$(x + a)(x - b) \equiv x^2 + x(a - b) -$$

EJEMPLOS:

- $$\begin{aligned} 1. (x + a)(x + b) &= x^2 + xb + xa + ab \\ &= x^2 + x(a + b) + ab \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} 2. (x + 3)(x + 4) &= x^2 + 4x + 3x + 3 \cdot 4 \\ &= x^2 + x(4 + 3) + 12 \\ &= x^2 + 7x + 12 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} 3. (x + 4)(x - 5) &\equiv x^2 - 5x + 4x - 4 \cdot 5 \\ &= x^2 + x(-5 + 4) - 20 \\ &= x^2 - x + 10 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} 4. (x + 2)(x - 4) &\equiv x^2 - 5x + 4x - 2 \cdot 4 \\ &= x^2 + x(5 - 4) - 8 \\ &= x^2 - x - 8 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} 5. (x^2 + 5)(x^2 + 3) &\equiv (x^2)^2 + 3x^2 + 5x^2 + 5 \cdot 3 \\ &= x^4 + x^2(3 + 5) + 15 \\ &= x^4 + 8x^2 + 15 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} 6. (7 + 2)(7 + 3) &= 7^2 + 7 \cdot 3 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 3 \\ &= 49 + 21 + 14 + 6 \\ &= 90 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} 7. (x^2 + 3)(x^2 + 2) &\equiv (x^2)^2 + 3x^2 + 2x^2 + 5 \cdot 2 \\ &= x^4 + x^2(3 + 2) + 10 \\ &= x^4 + 5x^2 + 10 \end{aligned}$$

Ejercicios de Aplicación

Resolver usando el producto de dos binomios con término común.

1. $(a + 2)(a + 3)$
2. $(x + 5)(x + 2)$
3. $(b + 1)(x + 7)$
4. $(y + 12)(y + 2)$
5. $(x + 2)(x + 3)$
6. $(x + 5)(x + 6)$
7. $(m - 8)(m + 1)$
8. $(7ax + 1)(7ax - 6)$
9. $(5x + 7)(5x + 4)$
10. $(x^3 + 16)(x^3 - 5)$

Diga Ud. si es verdadero ó falso:

11. $(5x + 3)(5x - 5) = 5x^2 + x + 15$
(V) (F)
12. $(a - b)(a + m) = a^2 + a(m - b) + am$
(V) (F)
13. $(2x - 3)(2x + 2) = 4x^2 + x + 12$
(V) (F)
14. $(x + 3)(x - 4) = x^2 + y^2$
(V) (F)
15. $(3x^2 + 2)(3x^2 - 1) = 9x^4 - y^2$
(V) (F)

Ejercicios combinados

16. $(x + y)(x - y) - (x - y)^2 - (a + 2)(a + 3) =$
17. $(a + b)(a - b) - (a + b)^2 (a + 2)(a + 1) =$
18. $(x + y)(x - y) - (x - y)^2 (a + 2)(a + 3) =$

19. $(\sqrt{5}y - 2)(\sqrt{5}y + 2) - (\sqrt{5}y + 2) =$

20. $(a + 3)(a - 3) + (a + 3)(a + 3) =$

21. $E = \frac{(a+x)(a+b)}{a^2 - a(x+b) + bx}$; halle E

- a) 2 b) 1 c) $a^2 - b^2$
d) $a - b$ e) $a + b$

22. Demostrar que:

$$(a^2 + 3)(a^2 + 7) = (a^4 - 21)$$

23. Demostrar que:

$$(a^3 + 4)(a^3 + 5) = a^6 - 9 + 20$$

Diga Ud. si es verdadero ó falso:

24. $(x + 3)(x - 5) = x^2 - 6xy + 3y^2$

(V) (F)

25. $(2y + 3)(2y - 4) = 4y^2 - 12y + 9$

(V) (F)

26. Si: $(a - 2)(a + 1) = 6$; $ab = 3$

Reducir: $\frac{a^2 - a - 2}{ab}$

- a) 2 b) 6 c) 4
d) 3 e) N.A.

27. Si: $(a - 4)(a + 7) = 4$;

Calcular: $a^2 - 3a - 28$

- a) 18 b) 2 c) 6
d) 4 e) 5

28. Reducir: $\frac{(x+2)(x-3) - (-b)^2}{x^2 - x - 6 + b^2}$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

29. Si: $(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} + 6) = 10$

Calcular: $7\sqrt{2}$

- a) -1 b) -2 c) 3
d) 1 e) 2

GUIA DE APRENDIZAJE N°5

PRODUCTOS NOTABLES

Son los resultados de multiplicar dos o más polinomios, en forma directa sin necesidad de aplicar la propiedad distributiva.

EL CUADRADO DE UN TRINOMIO

$$(a + b + c)^2 \equiv a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac +$$

EJEMPLOS:

- $$\begin{aligned} 1. (a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc) \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} 2. (a + b + 2c)^2 &= a^2 + b^2 + 2c^2 + 2ab + 2(a)(2c) + 2(b)(2c) \\ &= a^2 + b^2 + 4c^2 + 2ab + 4ac + 4bc \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} 3. (x + 2y + 3)^2 &= x^2 + (2y)^2 + 3^2 + 2(x)(2y) + 2(x)(3) + 2(2y)(3) \\ &= x^2 + 4y^2 + 9 + 4xy + 6xy + 12y \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} 4. (2x + y + 4)^2 &= (2x)^2 + (y)^2 + (4)^2 + 2(2x)(y) + 2(2x)(4) + 2(y)(4) \\ &= 4x^2 + y^2 + 16 + 4xy + 16x + 8y \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} 5. (a + 2b + 3c)^2 &= a^2 + (2b)^2 + (3c)^2 + 2(a)(2b) + 2(a)(3c) + 2(2b)(3c) \\ &= a^2 + 4b^2 + 9c^2 + 4ab + 6ab + 12bc \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} 6. (1 + 2 + 3)^2 &= 1^2 + 2^2 + 3^2 + 2 \cdot 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \cdot 3 \\ &= 1^2 + 2^2 + 3^2 + 2(1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 3) \\ &= 1 + 2 + 3 + 2(2 + 3 + 6) \\ &= 28 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} 7. (x + m - p)^2 &= x^2 + m^2 + (-p)^2 + 2xm - 2xp - 2mp \\ &= x^2 + m^2 + p^2 + 2(xm - xp - mp) \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} 8. (4 + 2 - 3)^2 &= 4^2 + 2^2 + (-3)^2 + 2 \cdot 4 \cdot 2 - 2 \cdot 4 \cdot 3 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \\ &= 4^2 + 2^2 + 3^2 + 2(4 \cdot 2 - 4 \cdot 3 - 2 \cdot 3) \\ &= 16 + 4 + 9 + 2(8 - 12 - 6) \\ &= 9 \end{aligned}$$

Ejercicios de Aplicación

Resolver usando el cuadrado de un trinomio.

1. $(a + b + c)^2$
2. $(a + b - 2)^2$
3. $(x + 2y + 3)^2$
4. $(x + 4y + 1)^2$
5. $(a + b + 2c)^2$
6. $(2x + y + 4)^2$
7. $(a + 2b + 3c)^2$
8. $(2x + 3y - 5z)^2$
9. $(a + 2b - 3c)^2$

Diga Ud. si es verdadero ó falso:

10. $(5x + 3y - 2m)^2 = 25x^2 + 9y^2 + 4m^2$
(V) (F)
11. $(a - b + c)^2 = a^2 - b^2 + c^2 + 2(a - b - c)$
(V) (F)
12. $(2x - x - x)^2 = 0$
(V) (F)
13. $(x + 3 + 1)^2 = x^2 + 8x + 16$
(V) (F)
14. $(3x^2 + 2 - 1)^2 = 9x^4 + 6x^2 + 1$
(V) (F)

Ejercicios combinados

15. $(x + y)(x - y) - (x - y + z)^2 =$
16. $(a + b + c)^2 - (a - b) =$
17. $(x + y + z)^2 - (x - y)^2 =$
18. $(y - y + 2)^2 - (-(2)) =$
19. $(a + y - 3)^2 + (a + 3)^2 =$

20. $E = \frac{(a+2-1)^2}{a^2+2a+1}$; ¿cuánto vale E?

- a) 2 b) 1 c) $a^2 - b^2$
d) $a - b$ e) $a + b$

21. Demostrar que:

$$(a^2 + b^2 + 7)^2 = (a^4 + b^4 + 49)$$

22. Demostrar que:

$$(a^3 + 3 + b)^2 = a^6 - 9 + b$$

Diga Ud. si es verdadero ó falso:

23. $(x - 5 + c)^2 = x^2 - 5cy + 3y^2$
(V) (F)
24. $(2y + 3 - 1)^2 = 4y^2 - 6y + 9$
(V) (F)

25. Si: $a - 2a + 1 = 0$; $ab = 1$

Reducir: $\frac{a^2 - 2a}{ab}$

- a) -1 b) 6 c) 4
d) 3 e) N.A.

26. Si: $b - a + 1 = 4$;

Calcular: $b^2 + a^2 - 2ba + 2b - 2a$

- a) 18 b) 2 c) 6
d) -1 e) 5

27. Reducir:

$$\frac{(x+2y-3)^2}{x^2 + 4xy + 9 + 4xy - 6x - 2y - 10y}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

28. Si: $(\sqrt{x} + 1 - 1)^2 = 2$

Calcular: x

- a) -1 b) -2 c) 3
d) 1 e) 2

SESIONES DE APRENDIZAJE DEL GRUPO EXPERIMENTAL

SESION DE APRENDIZAJE N° 1

PRODUCTOS NOTABLES

PREVIAMENTE

¿Cuál es el área de un rectángulo y de un cuadrado?

➤ **Rectángulo**

En general se sabe, que el lado sobre el cual descansa un rectángulo se le llama base y al otro lado se le llama altura.



El área de rectángulo es igual al producto de la base por altura.

Es decir.

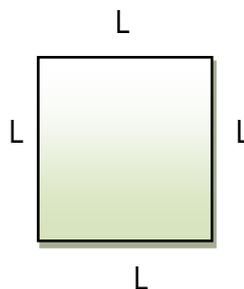
$$A_{\text{RECTÁNGULO}} = (\text{base}) \times (\text{altura})$$

o también, se puede decir largo \times ancho:

$$A = \ell (\text{largo}) \times a (\text{ancho})$$

➤ **cuadrado**

En general se sabe, que el lado sobre el cual descansa un rectángulo se le llama base y al otro lado se le llama altura.



El área de un cuadrado es igual a la fórmula general de un rectángulo:

(Base) \times (altura); donde la base y la altura tienen la misma medida; $b = h$

Entonces el área de un cuadrado será igual a (lado) \times (lado) es decir:

$$A_{\text{CUADRADO}} = L \times L$$

$$A_{\text{CUADRADO}} = L^2$$

1. Doña Sofía compró un pequeño terreno de forma cuadrada, el cual ha dividido en dos rectángulos de “a” metros de largo y “b” metros de ancho, para sembrar trigo y dos cuadrados de “a” metros y “b” metros por lado, respectivamente para sembrar maíz. ¿Cuál es el área total que representa el terreno de doña Sofía?

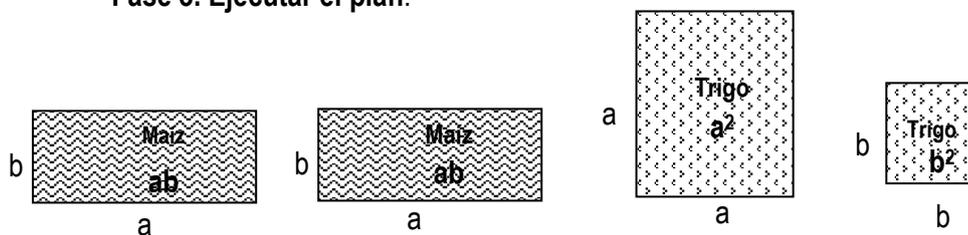
Fase 1. Comprender el problema.

- El problema trata de una terreno de forma cuadrada
- dos rectángulos que miden “a” metros de largo y “b” metros de ancho donde sembrar trigo
- dos cuadrados, uno que miden “a” metros de lado para sembrar maíz y el otro “b” metros de lado para sembrar también maíz
- Pide hallar el área total del terreno de forma cuadrada

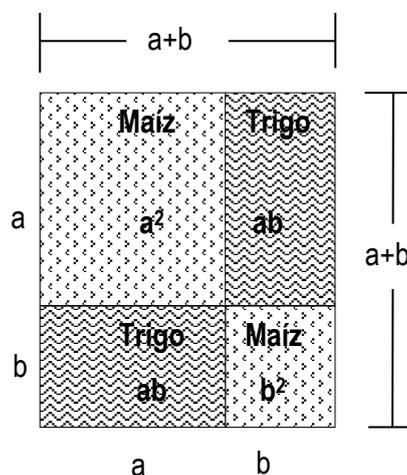
Fase 2. Elaborar un plan.

- Representamos las situaciones mediante gráficos
- Representamos dos terrenos de forma rectangular de “a” metros de largo y “b” metros de ancho
- Representamos dos terrenos de forma cuadrada. uno que miden “a” metros de lado y el otro “b” metros de lado
- Hacemos uso de las fórmulas para hallar el área de un rectángulo: $A_{\text{RECTÁNGULO}} = (\text{largo}) \times (\text{ancho})$ y de un cuadrado: $A_{\text{CUADRADO}} = (\text{lado}) \times (\text{lado})$ respectivamente.
- Reemplazamos los valores respectivos a dichas fórmulas
- Unimos las áreas halladas de los terrenos.

Fase 3. Ejecutar el plan.



Por lo tanto uniendo estas áreas convenientemente, forman un cuadrado de $(a + b)$ metros de lado.



El área total es $(a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Fase 4. Verificando.

$$A_{\text{cuadrado}} = (a + b)(a + b)$$

Por propiedad distributiva

$$A_{\text{cuadrado}} = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2$$

$$A_{\text{cuadrado}} = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$$

En consecuencia resulta un producto notable llamado:

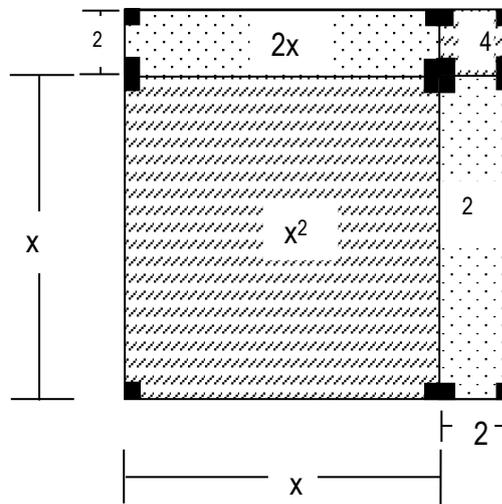
CUADRADO DE LA SUMA DE UN BINOMIO

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

EJEMPLOS:

1. Dar lectura y resolver usando áreas: $(x + 2)^2$

La lectura o el lenguaje verbal es: **cuadrado de la suma de un binomio**



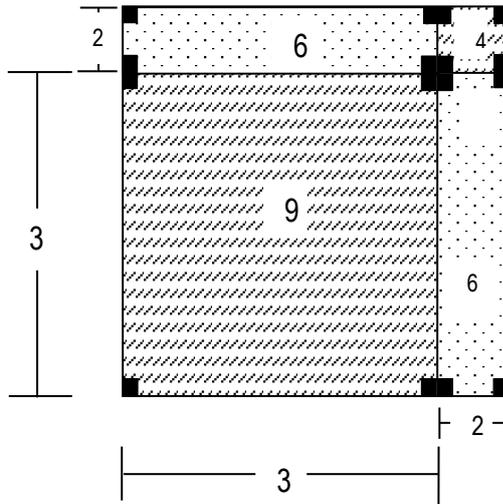
$$(x + 2)^2 = x^2 + 2x + 2x + 4$$

$$(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

2. Resolver: $5^2 = 25$

Pero:

5^2 es equivalente a escribir de esta forma $(3 + 2)^2$



$$(3 + 2)^2 = 9 + 6 + 4$$

$$(3 + 2)^2 = 25$$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

Dar lectura y Resolver usando áreas (1 al 5)

1. $(8 + 2)^2 =$
2. $(a + b)^2 =$
3. $(3 + 5)^2 =$
4. $(x + 3y)^2 =$
5. $(2a + 3y)^2 =$
6. Si: $a + b = 6$, además $ab = 3$

Reducir: $\frac{a^2 + b^2 - 12}{ab}$

- | | | |
|------|------|---------|
| a) 1 | b) 6 | c) 4 |
| d) 3 | | e) N.A. |
7. Si: $a + b = 4$; $ab = 5$
Calcular: $a^2 + b^2$
- | | | |
|------|------|------|
| a) 1 | b) 2 | c) 6 |
| d) 4 | | e) 5 |

SESION DE APRENDIZAJE N° 2

2. Don Jorge tiene dos chacras de forma rectangular de “a” metros de largo y “b” metros de ancho y don Timoteo tiene dos chacras de forma cuadrada “a” metros y “b” metros de lado, y están contiguos. Timoteo para pagar su deuda vende una parte de su chacra que es igual a los dos chacras rectangulares que tiene Jorge ¿Cuál es el área total de la chacra con el cual se quedó Timoteo?

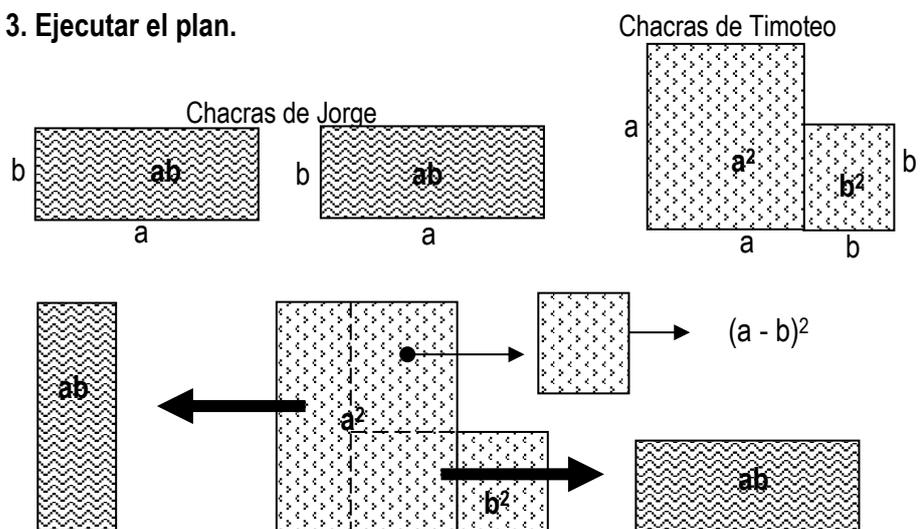
Fase 1. Comprender el problema.

- Don Jorge posee dos chacras de forma rectangular de “a” metros de largo y “b” metros de ancho y
- don Timoteo posee dos chacra contiguos de forma cuadrada uno de “a” metros de lado y otro de “b” metros de lado
- Timoteo vende una parte de su chacra para pagar su deuda que es igual los dos terrenos que tiene Jorge
- Pide hallar el área total de la chacra con el que se quedó Timoteo

Fase 2. Elaborar un plan.

- Representamos las situaciones mediante gráficos
- Representamos dos chacras de forma rectangular de “a” metros de largo y “b” metros de ancho
- Representamos dos chacras contiguas de forma cuadrada. uno que miden “a” metros de lado y el otro “b” metros de lado
- Hacemos uso de las fórmulas para hallar el área de un rectángulo ($A_{\text{RECTÁNGULO}} = (\text{largo}) \times (\text{ancho})$) y de un cuadrado ($A_{\text{CUADRADO}} = (\text{lado}) \times (\text{lado})$).
- Reemplazamos los valores respectivos a las fórmulas
- Al área total que tiene Timoteo le quitamos el área total tiene de Jorge.

Fase 3. Ejecutar el plan.



Fase 4. Verificando.

$$a^2 + b^2 - ab - ab = (a - b)(a - b)$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2$$

$$\therefore (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

En consecuencia resulta un producto notable llamado:

Cuadrado de la diferencia de un binomio

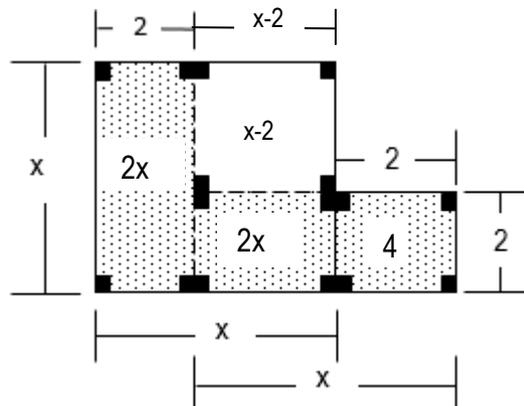
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

EJEMPLO:

3. Dar lectura y resolver usando áreas la siguiente expresión $(x - 2)^2$

Resolucion:

Lectura: cuadrado de la diferencia de un binomio



$$a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

Dar lectura y Resolver usando áreas (1 al 5)

Diga Ud. si es verdadero ó falso:

1. $(5 - 2)^2 =$
2. $(a - b)^2 =$
3. $(3 - 5)^2 =$
4. $(x - 3y)^2 =$
5. $(2a - 3y)^2 =$
6. $(y - 3y)^2 =$

7. $(5 - 3)^2 = (3 - 5)^2$ (V) (F)
8. $(a - b)^2 = (b - a)^2$ (V) (F)
9. $(8 - 1)^2 = 15$ (V) (F)
10. $(y - 3)^2 = (3 - y)^2$ (V) (F)
11. $(a - y)^2 = (a - y)^2$ (V) (F)

SESION DE APRENDIZAJE N° 3

3. Una pared tiene forma cuadrada cuya dimensión es “a” metros, Cirilo quiere dibujar un retrato de una mujer en una de las esquinas de ella que tenga la misma forma geométrica, pero de “b” metros por lado. El retrato coincide con uno de los vértices de la pared ¿Cuál es el área restante de la pared que no utilizó Cirilo?

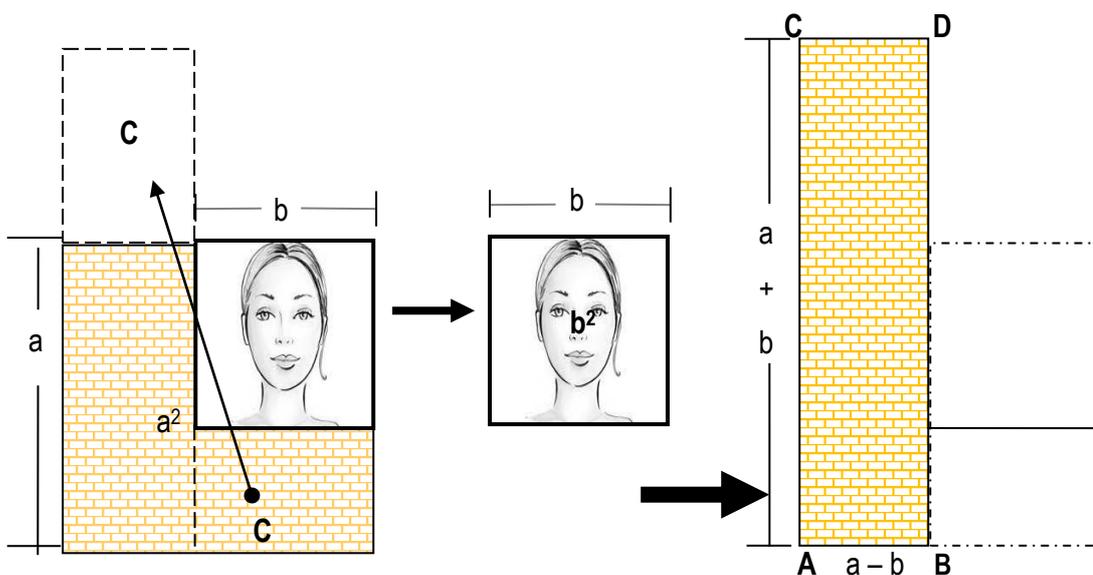
Fase 1. Comprender el problema.

- El problema trata de una pared de forma cuadrada de “a” m de por lado
- Cirilo dibuja un retrato de una mujer en el centro de la pared “a” m por lado
- Pide hallar el área restante de la pared que no utilizó Cirilo

Fase 2. Elaborar un plan.

- Representamos la situaciones mediante gráficos
- Graficamos una pared cuadrada de “a” metros por lado
- Graficamos un retrato en el centro de la pared de “b” metros por lado
- Hacemos uso de la fórmula para hallar el área de un cuadrado ($A_{\text{CUADRADO}} = (\text{lado}) \times (\text{lado})$) y de un rectángulo ($A_{\text{RECTÁNGULO}} = (\text{largo}) \times (\text{ancho})$) y
- Hallamos el área de la pared y del retrato
- al área total de pared y le quitamos el área del retrato y trazando la línea de puntos obtenemos el rectángulo C, cuyos lados son (a - b) y b. luego trasladamos el rectángulo C a la parte superior y obtenemos el rectángulo A B C D, cuyos lados son: (a + b) y (a - b), y su área será: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Fase 3. Ejecutar el plan.



Fase 4. Verificando.

El área restante de la pared sería: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
 Por propiedad distributiva

$$a^2 - b^2 = a^2 + ab - ab - b^2$$

$$a^2 - b^2 = a^2 - b^2$$

$$\therefore (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

En consecuencia resulta un producto notable llamado:

PRODUCTO DE LA SUMA Y DIFERENCIA DE UN BINOMIO

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

EJEMPLO:

1. Dar lectura y resolver el producto notable Hallar: $(x+3)(x-3)$

2. Dar lectura y resolver el producto notable Hallar: $(8+3)(8-3)$

RESOLUCION:

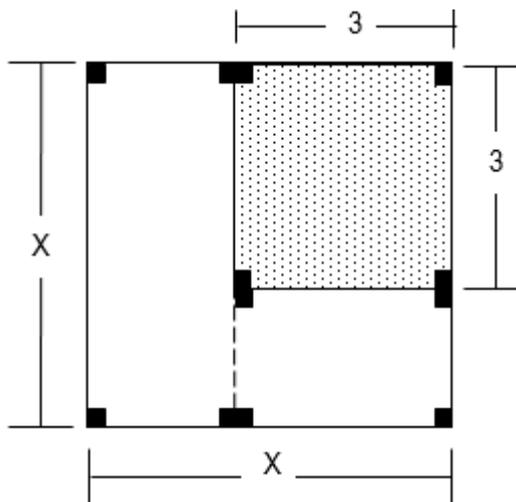
RESOLUCION:

La lectura es: Producto de la suma y Diferencia de un binomio

La lectura es: Producto de la suma y diferencia de un binomio

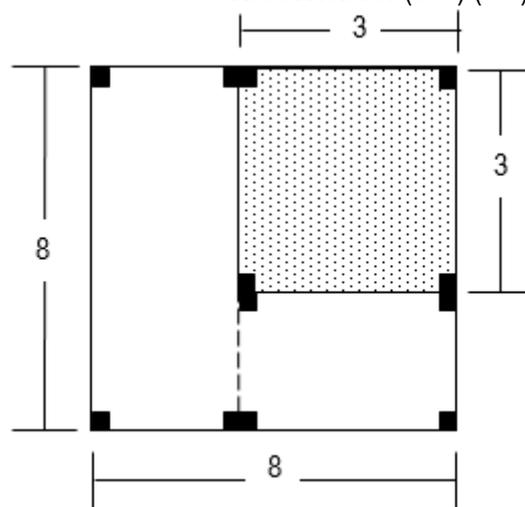
Resolviendo: $(x+3)(x-3)$

Resolviendo: $(8+3)(8-3)$



$$(x+3)(x-3) = x^2 - 3^2$$

$$(x+3)(x-3) = x^2 - 9$$



$$(8+3)(8-3) = 8^2 - 3^2$$

$$(8+3)(8-3) = 64 - 9$$

$$(8+3)(8-3) = 55$$

EJERCICIOS

Dar lectura y Resolver usando áreas los siguientes productos notables

1. $(a + b)(a - b)$
2. $(2a - 3b)(2a + 3b)$
3. $(x + 2)(x - 2)$
4. $(y - 1)(y + 2)$
5. $(x + 2)(x - 2)$
6. $(x - 5)(x + 5)$
7. $(2y + 3)(2y - 3)$
8. $(x - 2y)(x + 2y)$
9. $(2x + 2)(2x - 2)$
10. $(m + 1)(m - 1)$
11. $(m + 1)(m - 1)$

12. Si: $(a - b)(a + b) = 4$;

Calcular: $a^2 - b^2$

- a) 18 b) 2 c) 6
d) 4 e) 5

13. Reducir:

$$\frac{((a+b)^2 - (a-b)^2)((a+b)^2 + (a-b)^2)}{(a+b)^4 - (a-b)^4}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

SESION DE APRENDIZAJE N° 4

4. Panchito tiene una tela blanca cuadrada de “x” metros de lado, María tiene una tela azul rectangular de “x” metros de largo y “b” metros de ancho, Rosa tiene una tela de verde rectangular de “x” metros de largo y “a” metros de ancho, Jorge tiene una tela rectangular de color rojo de “a” metros de largo “b” metros de ancho. Un día las cuatro personas decidieron unir sus telas para formar un rectángulo de (x+a) metros de largo y (x+b) de metros de ancho ¿Cuál es el área total que formaron las cuatro personas?

Fase 1. Comprender el problema.

- El problema trata de cuatro telas de colores de diferentes tamaños
- Panchito posee una tela blanca cuadrada de “x” metros de lado
- María posee una tela azul rectangular de “x” metros de largo y “b” metros de ancho
- Rosa posee una tela verde rectangular de “x” metros de largo y “a” metros de ancho
- Jorge posee una tela de color rojo de “a” metros de largo “b” metros de ancho
- Unieron las telas para formar un rectángulo de (x+a) metros de largo y (x+b) de metros de ancho
- Pide hallar el área total que formaron las cuatro personas

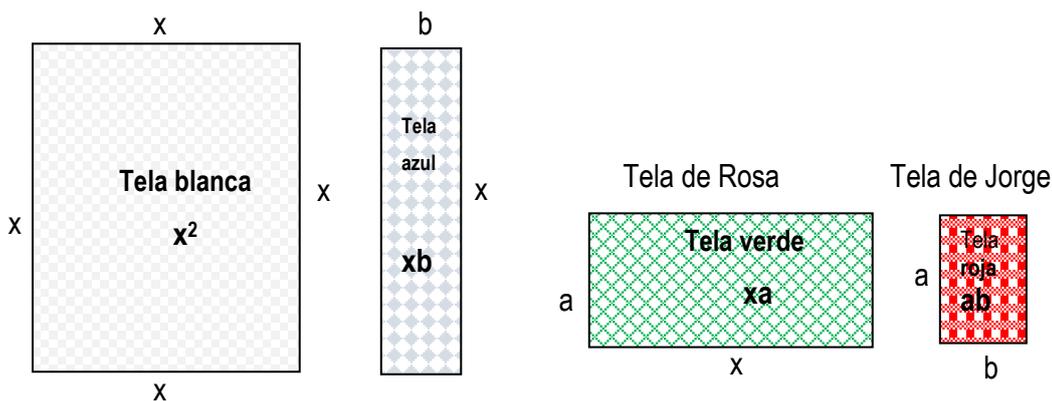
Fase 2. Elaborar un plan.

- Representamos la situaciones mediante gráficos
- Representamos una tela blanca cuadrada de “x” metros de lado

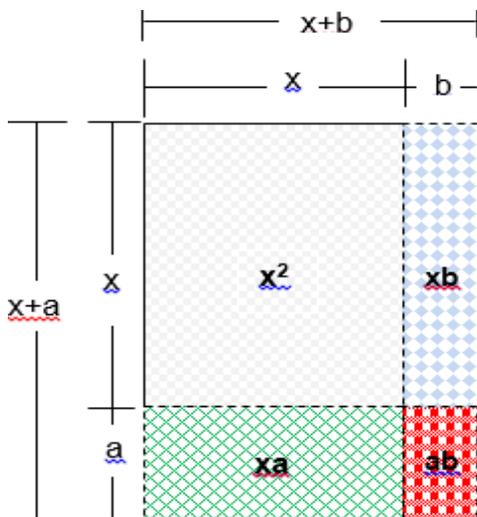
- Representamos tela azul rectangular de “x” metros de largo y “b” metros de ancho
- Representamos una tela verde rectangular de “x” metros de largo y “a” metros de ancho
- Representamos una tela de color rojo de “a” metros de largo “b” metros de ancho
- Hacemos uso de la fórmula para hallar el área de un rectángulo ($A_{\text{rectángulo}} = (\text{largo}) \times (\text{ancho})$) y de un cuadrado ($A_{\text{CUADRADO}} = (\text{lado}) \times (\text{lado})$).
- Hallamos las áreas respectivas de las telas
- Unimos las áreas obtenidas de tal forma se consiga una área total de $(x+a)$ metros de largo y $(x+b)$ de metros de ancho

Fase 3. Ejecutar el plan.

Tela de Panchito Tela de María



Uniando estas telas respectivamente, forman un rectángulo de $(x+a)$ metros de largo y $(x+b)$ de metros de ancho.



Fase 4. Verificando.

El área del nuevo rectángulo es igual a la suma de sus áreas respectivas.

$$A_{\text{rectángulo}} = (x + a)(x + b) = x^2 + xa + xb + ab$$

$$A_{\text{rectángulo}} = (x + a)(x + b) = x^2 + x(a + b) + ab$$

En consecuencia resulta un producto notable llamado:

PRODUCTOS DE DOS BINOMIO CON TÉRMINO COMÚN

$$(x + a)(x + b) = x^2 + x(a + b) + ab$$

EJEMPLO:

1. Dar lectura y resolver el producto

Notable Hallar: $(m+7)(m+8)$

RESOLUCION:

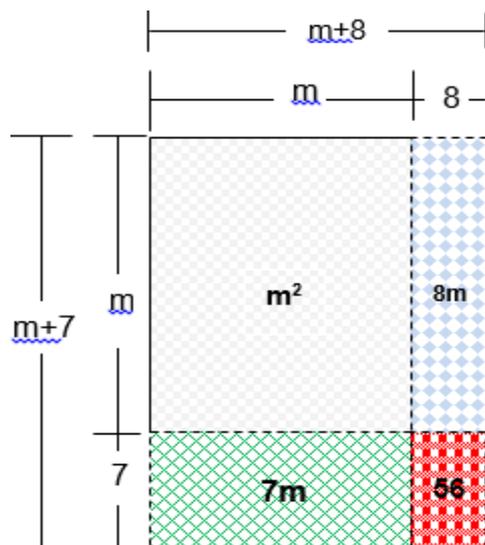
La lectura es: Producto de dos binomios con

Término común

Resolviendo:

$$(m+7)(m+8) = m^2 + 7m + 8m + 56$$

$$(m+7)(m+8) = m^2 + 15m + 56$$



EJERCICIOS

Dar lectura y Resolver usando áreas los siguientes productos notables del 1al 12

1. $(a + 1)(a + 3)$
2. $(2a + 3b)(2a + b)$
3. $(x + 2)(x + 5)$
4. $(y + 1)(y + 2)$
5. $(x + 2)(x + 3)$
6. $(x + 5)(x + 7)$
7. $(2y + 3)(2y + 4)$

8. $(m + 4)(m + 2)$
9. $(x + 2)(x + 7)$
10. $(2x + 2)(2x + 3)$
11. $(m + 1)(m + 4)$
12. $(m + 1)(m + 3)$

SESION DE APRENDIZAJE N° 4

5. Jorge es un albañil que desea levantar una pared cuadrada de $(a+b+c)$ metros por lado en 5 días. El primer día levanta una parte de “a” metros por lado, el segundo día levanta “a” metros de ancho y “b” metros de largo, el tercer día levanta “b” metros de largo y “a” metros de ancho por lado, el cuarto día levanta “b” metros por lado, el quinto día levanta lo que resta de la pared. ¿Cuál es área total de la pared que levanto Jorge?

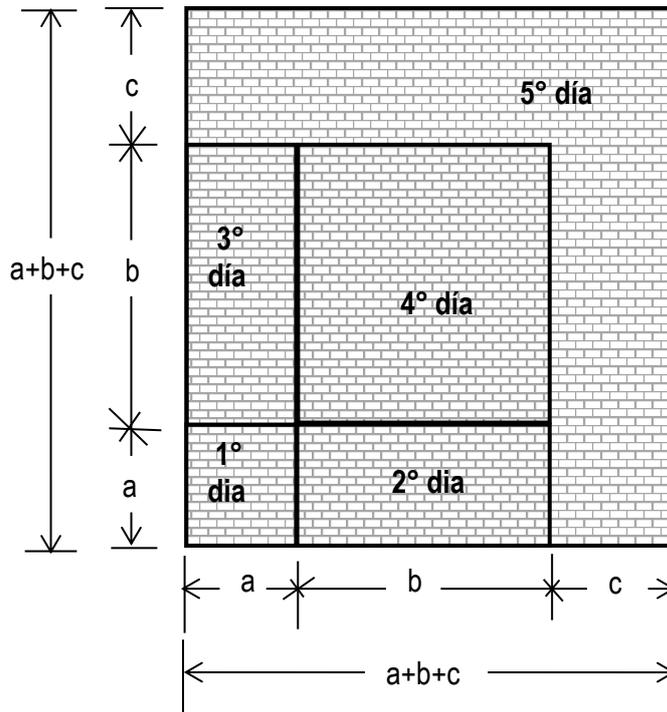
Fase 1. Comprender el problema.

- El problema trata de levantar una pared cuadrada de $(a+b+c)$ metros por lado en 5 días
- El primer día levanta una parte de “a” metros de lado
- el segundo día levanta “a” metros de ancho y “b” metros de largo
- el tercer día levanta “b” metros de largo y “a” metros de ancho por lado
- el cuarto día levanta “b” metros por lado
- el quinto día levanta lo que resta de la pared
- Pide hallar el área total de la pared que levanto Jorge

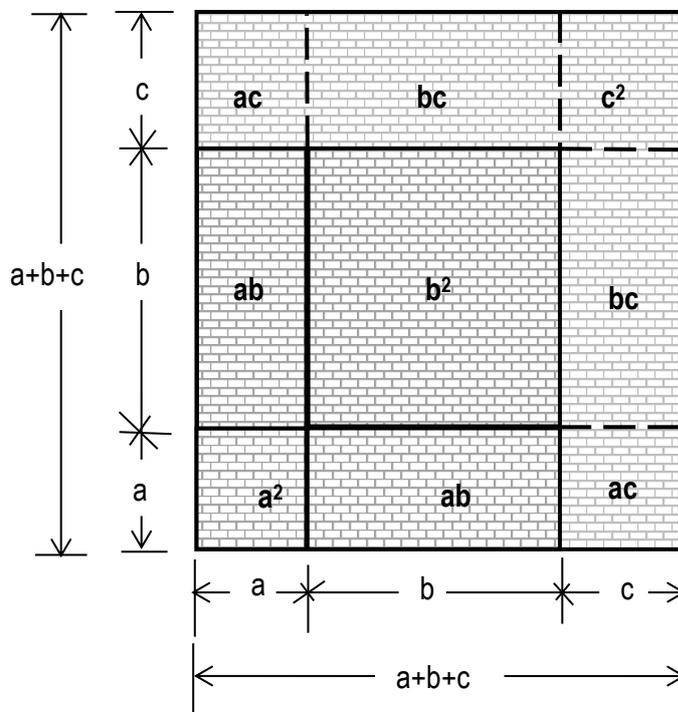
Fase 2. Elaborar un plan.

- Representamos las situaciones mediante gráficos
- Representamos el levantado del primer día
- Representamos el levantado del segundo día
- Representamos el levantado del tercer día
- Representamos el levantado del cuarto día
- Representamos el levantado del quinto día
- Hacemos uso de las fórmulas para hallar el área de un rectángulo ($A_{\text{rectángulo}} = (\text{largo}) \times (\text{ancho})$) y de un cuadrado ($A_{\text{CUADRADO}} = (\text{lado}) \times (\text{lado})$)
- Hallamos las áreas respectivas de las partes levantadas

Fase 3. Ejecutar el plan.



Prolongamos algunas partes para hallar algunas áreas con facilidad



Fase 4. Verificando.

El área de la pared cuadrada de $(a+ b+c)$ metros por lado es igual a la suma de partes

$$A_{\text{cuadrado}} = (a + b + c)(a + b + c) = a^2 + b^2 + c^2 + ab + ab + ac + ac + bc + bc$$

$$A_{\text{cuadrado}} = (a + b + c)(a + b + c) = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$A_{\text{cuadrado}} = (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

En consecuencia resulta un producto notable llamado:

PRODUCTOS NOTABLES DE UN TRINOMIO AL CUADRADO

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

EJERCICIOS:

1. $(a + b + c)^2$
2. $(a + b + 2)^2$
3. $(x + 2y + 3)^2$
4. $(x + 4y + 1)^2$
5. $(a + b + 2c)^2$
6. $(2x + y + 4)^2$
7. $(a + 2b + 3c)^2$
8. $(x + y - z)^2$

9. $(a + 2b - 3c)^2$
10. $(a + b + c)^2$
11. $(a + b + 2)^2$
12. $(a + b + 2)^2$
13. $(a + b + 2)^2$
14. $(x + 2y + 3)^2$
15. $(a - b - c)^2$
16. $(a - b + 2)^2$

Prueba de entrada del grupo control



Prueba de entrada del grupo experimental



Desarrollo de la primera sesión de aprendizaje con el grupo control





Desarrollo de la segunda sesión de aprendizaje con el grupo control



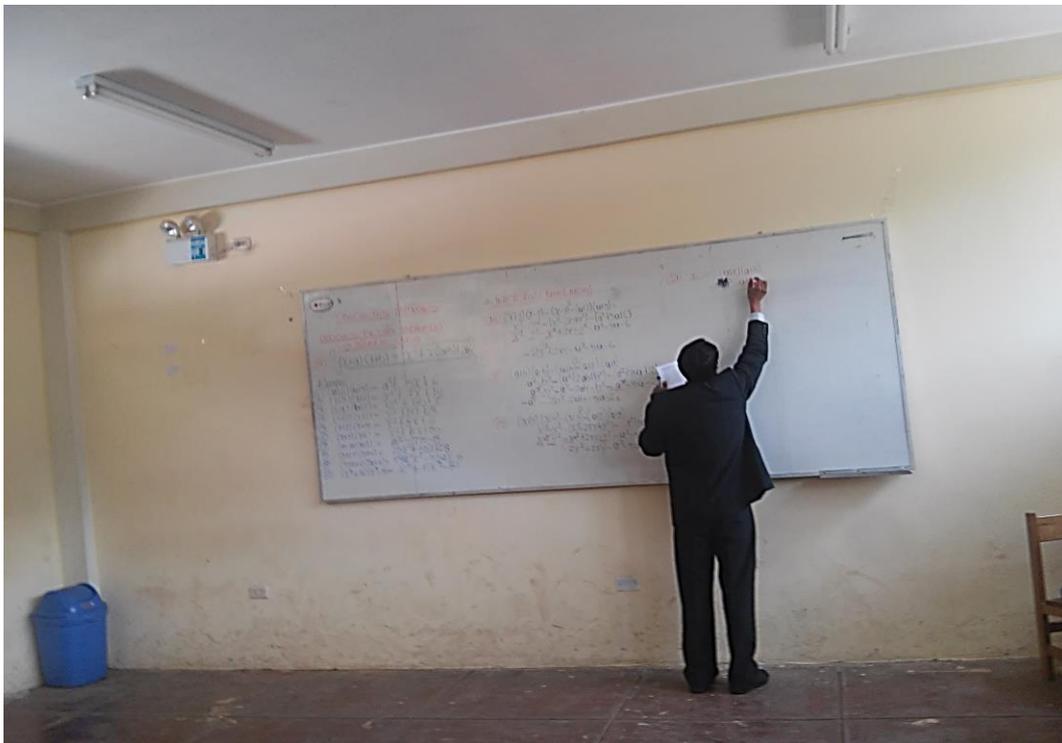


Desarrollo de la tercera sesión de aprendizaje con el grupo control





Desarrollo de la cuarta sesión de aprendizaje con el grupo control





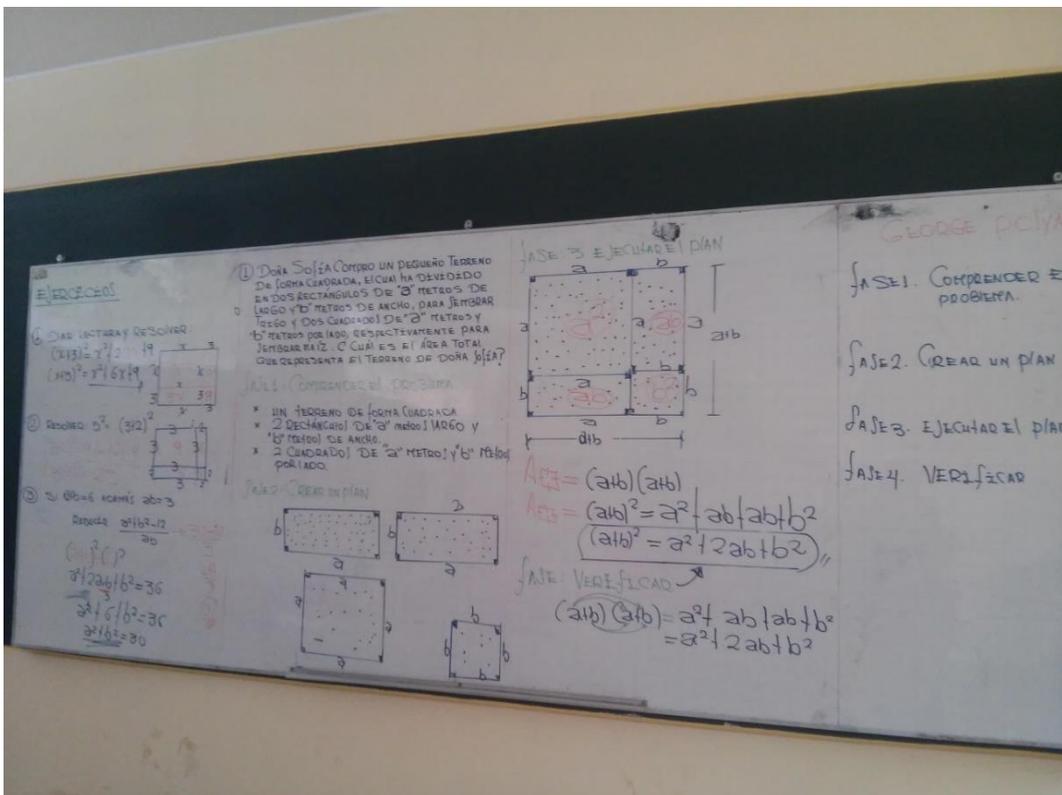
Desarrollo de la quinta sesión de aprendizaje con el grupo control





Desarrollo de la primera sesión de aprendizaje con el grupo experimental







Desarrollo de la segunda sesión de aprendizaje con el grupo experimental





Desarrollo de la tercera sesión de aprendizaje con el grupo experimental

3. Una alfiler tiene forma cuadrada cuya dimensión es "a" metros. Cifre quiere dibujar un retrato de una mujer en una de las esquinas de una pared que tenga la misma forma geométrica, pero de "b" metros por los lados. ¿Cuál es el área restante de la pared y cuál es el área restante de la pared que no usó Cifre?

Fase 1. Comprender el problema.

- El problema trata de una pared de forma cuadrada de "a" m de por lado.
- Cifre dibujó un retrato de una mujer en el centro de la pared "a" m por lado.
- ¿Puede haber el área restante de la pared que no usó Cifre?
- Representamos las situaciones mediante gráficos.

Fase 2. Elaborar un plan.

- Dibujamos una pared cuadrada de "a" metros por lado.
- Grificamos un retrato en el centro de la pared de "b" metros por lado.
- Hacemos un dibujo para hallar el área de un cuadrado (lados = (lado) x (lado)) y de un rectángulo (Área rectángulo = (base) x (altura)).
- Hallamos el área de la pared y del retrato de partes de pared y le quitamos el área del retrato y trazando la línea trasladamos el rectángulo C a la parte superior y obtenemos el rectángulo A B C D, cuyos lados son (a - b) y b, luego (a + b) y (a - b), y su área será: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Fase 3. Ejecutar el plan.

Fase 4. Verificando.
El área restante de la pared sería: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
Por propiedad distributiva
 $a^2 - b^2 = a^2 + ab - ab - b^2$
 $a^2 - b^2 = a^2 - b^2$
 $\therefore (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

PRODUCTO DE LA SUMA Y DIFERENCIA DE UN BINOMIO
 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

EJEMPLO:
1. Dar lectura y resolver el producto notable hallar: $(x + 3)(x - 3)$

RESOLUCIÓN:
La lectura es: Producto de la suma y diferencia de un binomio.
Resolviendo: $(x + 3)(x - 3)$

$(x + 3)(x - 3) = x^2 - 3^2$
 $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$

2. Dar lectura y resolver el producto notable hallar: $(x + 3)(x - 5)$

RESOLUCIÓN:
La lectura es: Producto de la suma y diferencia de un binomio.
Resolviendo: $(x + 3)(x - 5)$

$(x + 3)(x - 5) = x^2 - 5x + 3x - 15$
 $(x + 3)(x - 5) = x^2 - 2x - 15$

Dar lectura y Resolver usando áreas los siguientes productos notables

- $(a + b)(a - b)$
- $(2a - 3b)(2a + 3b)$
- $(x + 2)(x - 2)$
- $(y - 1)(y + 2)$
- $(x + 2)(x - 2)$
- $(x - 5)(x + 5)$
- $(2y + 3)(2y - 3)$
- $(x - 2)(x + 2)$
- $(2x + 2)(2x - 2)$
- $(m + 1)(m - 1)$
- $(m + 1)(m - 1)$

EJERCICIOS

- Si: $(a - b)(a + b) = 4$, Calcular: $a^2 - b^2$
- a) 18 b) 2 c) 6
d) 4 e) 5

13. Reducir:
 $\frac{(a + b)^2 - (a - b)^2}{(a + b)^2 - (a - b)^2} = \frac{(a + b)^2 - (a - b)^2}{(a + b)^2 - (a - b)^2}$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
 $(3 + 1)(3 - 1) = 3^2 - 1^2$

PRODUCTO DE LA SUMA Y DIFERENCIA DE UN BINOMIO

Diagram showing a square with side length 'a' and a smaller square with side length 'b' cut out from one corner. The remaining area is rearranged into a rectangle with sides (a+b) and (a-b).

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

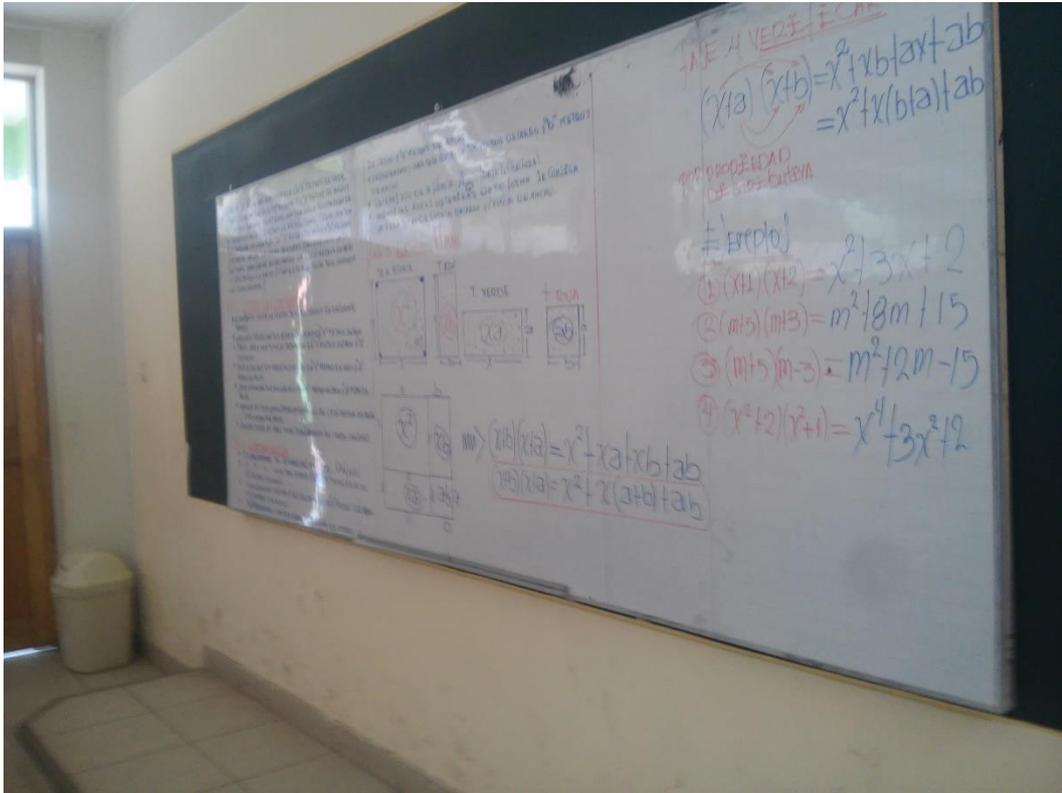
Diagram showing a square with side length 'a' and a smaller square with side length 'b' cut out from one corner. The remaining area is rearranged into a rectangle with sides (a+b) and (a-b).

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$



Desarrollo de la cuarta sesión de aprendizaje con el grupo experimental

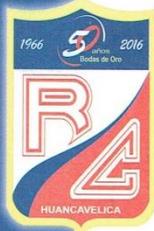




Desarrollo de la quinta sesión de aprendizaje con el grupo experimental







INSTITUCION EDUCATIVA
GLORIOSO
RAMÓN CASTILLA MARQUESADO
HUANCAVELICA
Bodas de Oro
(CREADO POR LEY N° 16133)
1966 21 de Mayo 2016
www.rcm.edu.pe



EL QUE SUSCRIBE, SEÑOR DIRECTOR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA
“RAMÓN CASTILLA MARQUESADO” DE HUANCAVELICA, HACE:

CONSTAR:

Que, los señores: **Humberto BERNARDO ASTO** con código de matrícula N° 2010233002 y **Marcial SEDANO ESCOBAR** con código de matrícula 2007233034, Bachilleres de la escuela profesional de Matemática, Computación e Informática de la Universidad Nacional de Huancavelica, cumplieron satisfactoriamente con la aplicación y ejecución de su trabajo de investigación titulado: **CÁLCULO DE ÁREAS RECTANGULARES EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE PRODUCTOS NOTABLES EN ESTUDIANTES DE LA I.E. “RAMÓN CASTILLA MARQUESADO” DE HUANCAVELICA**, con las secciones del 3er. Grado de Secundaria.

Se expide la presente constancia por informe del Asesor de Ciencias y a solicitud de los interesados para los fines que estime conveniente.

Huancavelica, 30 de noviembre del 2016.



Leon Huaman Rames
Mg. Leon Huaman Rames
DIRECTOR

PRUEBAS DE ENTRADA DEL GRUPO DE CONTROL



UNIVERSIDAD NACIONAL DE HUANCVELICA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA
CARRERA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN E INFORMÁTICA



PRUEBA SOBRE APRENDIZAJE DE PRODUCTOS NOTABLES

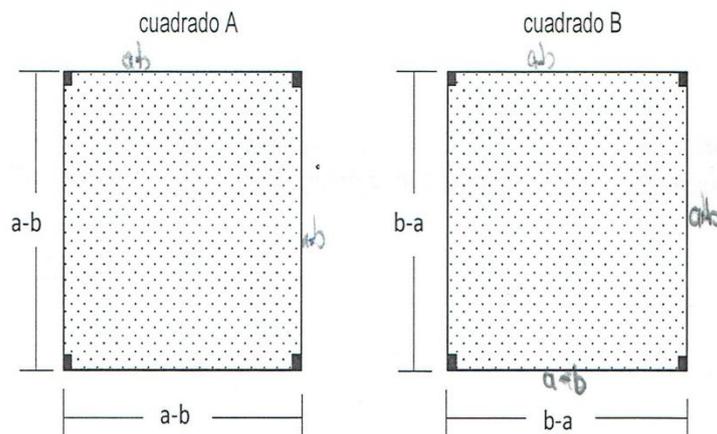
(Prueba de entrada)

Apellidos y nombres: <u>Taype Jurado Elizabeth</u>	Grado: <u>3</u>
	Sección: <u>B</u>

INSTRUCCIÓN

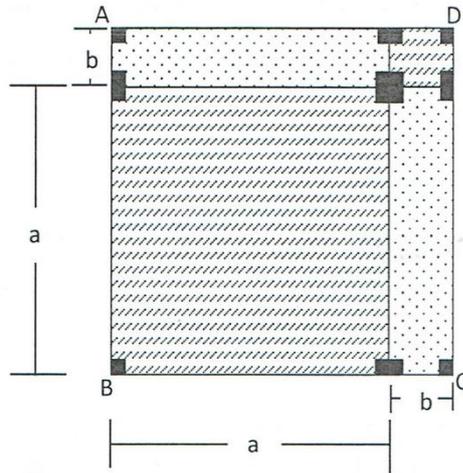
Desarrolle en el espacio en blanco con claridad y de manera ordenada, de acuerdo a las preguntas que se formula en cada uno de las situaciones problemáticas.

1. En la figura se muestran dos cuadrados "A" y "B". Halle las áreas respectivas y compara si corresponden a un mismo producto notable.



$$(a-b)(a-b) = (b-a)(b-a)$$

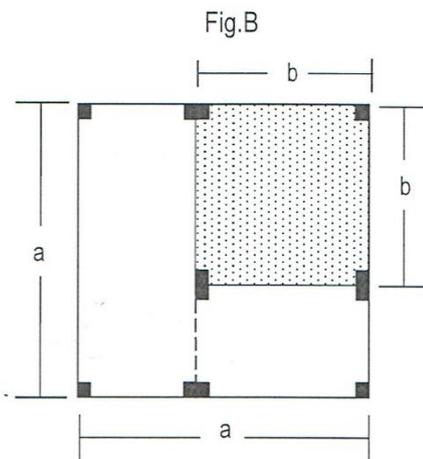
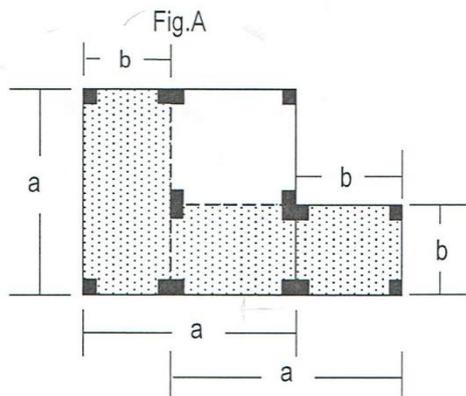
2. Observa la siguiente figura construida. Halle el área de ABCD y luego identifique si el resultado corresponde a algún producto notable.



$$(a+b+c+d) = 5 //$$



3. En las siguientes figuras "A" y "B", se retiran las regiones sombreadas. Hallar las áreas de la región no sombreada y compare si el resultado corresponde a algún producto notable.



$$\frac{a(b+b+b+a)}{2} = \frac{5}{2} //$$



4. Escriba en las líneas punteadas, el lenguaje verbal que hacen verdaderas a las siguientes proposiciones.

➤ $(a + b)^2$: $4\#$

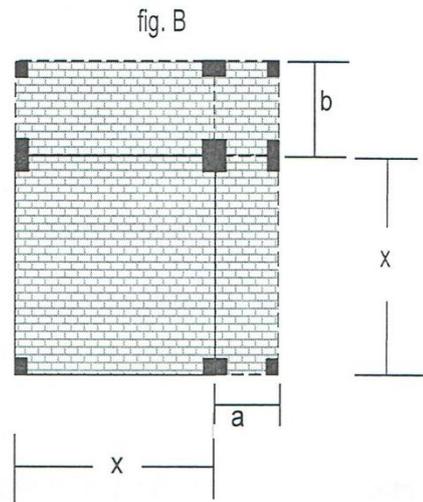
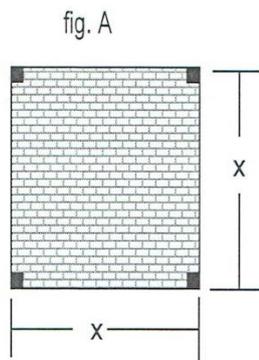
➤ $(a - b)^2$: $0\#$

➤ $(a + b)(a - b)$: $2\#$

➤ $(x + a)(x + b)$: $(2)(2) = 4\#$

➤ $(a + b + c)^2$: $3^2 = 9\#$

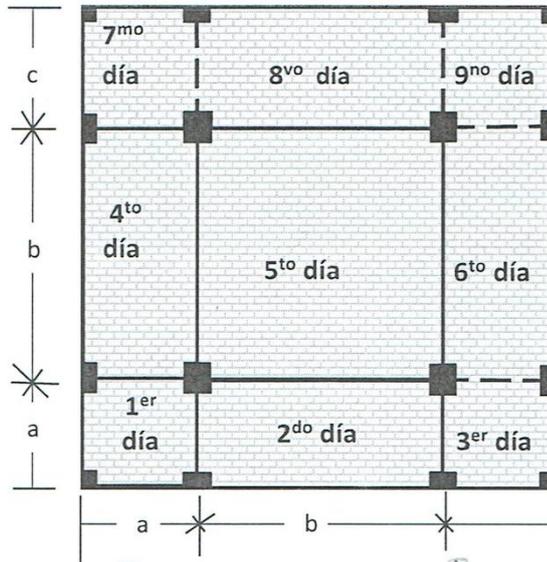
5. A una pared cuadrada cuyo lado mide "x" unidades, (fig. A), se aumentan los lados en "a" y "b" unidades y queda una pared de forma rectangular, como se muestra en la figura B. Hallar el área de la nueva pared. ¿A qué producto notable corresponde?



$$\frac{a(b+x)}{2}$$

$$\frac{1(1+1)}{2} = \frac{1+1}{2} = \frac{2}{2} = 1\#$$

6. Walter y Bertha han construido un pared cuadrada de $(a + b + c)$ metros por lado en 9 días tal como se ilustra en la figura. Determine $(a + b + c)^2$ empleando la definición de áreas.



$$\mathcal{L} (a+b+c)^2 = \frac{1+1+1}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \#$$

7. Resuelve los siguientes ejercicios aplicando los productos notables respectivos.

$$\triangleright (a + b)^2 = (2 + 2) = 4 \#$$

$$\triangleright (a - b)^2 = (2 - 2) = 0 \#$$

$$\triangleright (x - b)(x + b) = (1 - 1)(1 + 1) = 1 \#$$

$$\triangleright (2x + 4y)^2 = 8x^2y^2 = 48xy \#$$

$$\triangleright (x - 2x)^2 = 1x^2 = 1x \#$$



UNIVERSIDAD NACIONAL DE HUANCVELICA
 FACULTAD DE EDUCACIÓN
 ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA
 CARRERA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN E INFORMÁTICA



PRUEBA SOBRE APRENDIZAJE DE PRODUCTOS NOTABLES

(Prueba de entrada)

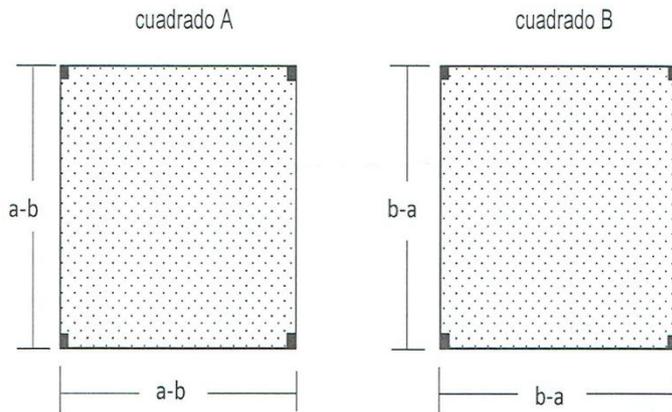
00

Apellidos y nombres: <i>De la Cruz Huarcaya Mariluz</i>	Grado: <i>3^o</i>
	Sección: <i>B</i>

INSTRUCCIÓN

Desarrolle en el espacio en blanco con claridad y de manera ordenada, de acuerdo a las preguntas que se formula en cada uno de las situaciones problemáticas.

- En la figura se muestran dos cuadrados "A" y "B". Halle las áreas respectivas y compara si corresponden a un mismo producto notable.

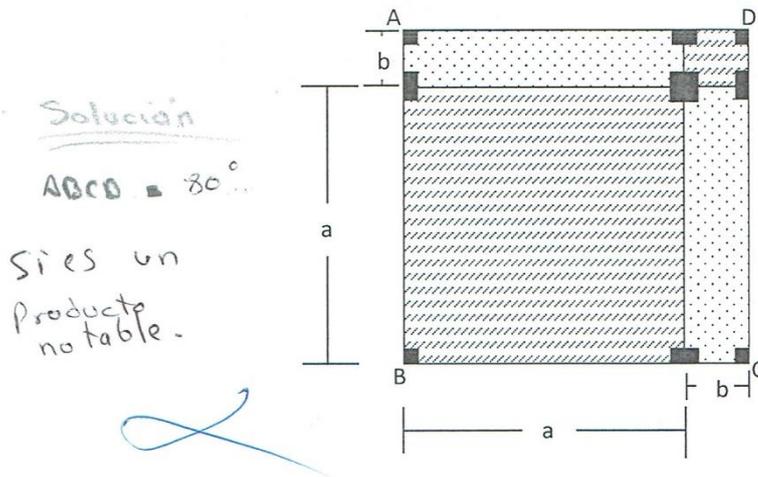


(a-b)

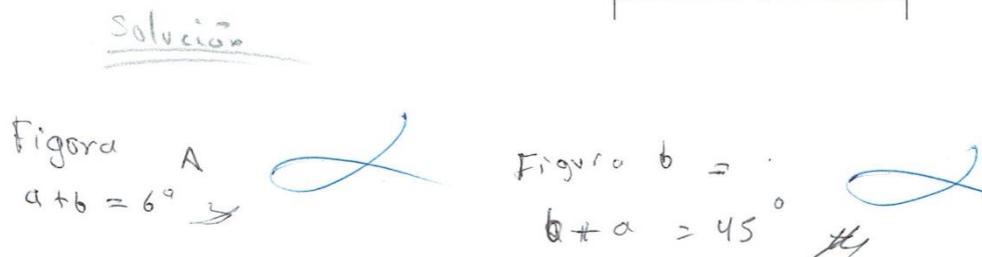
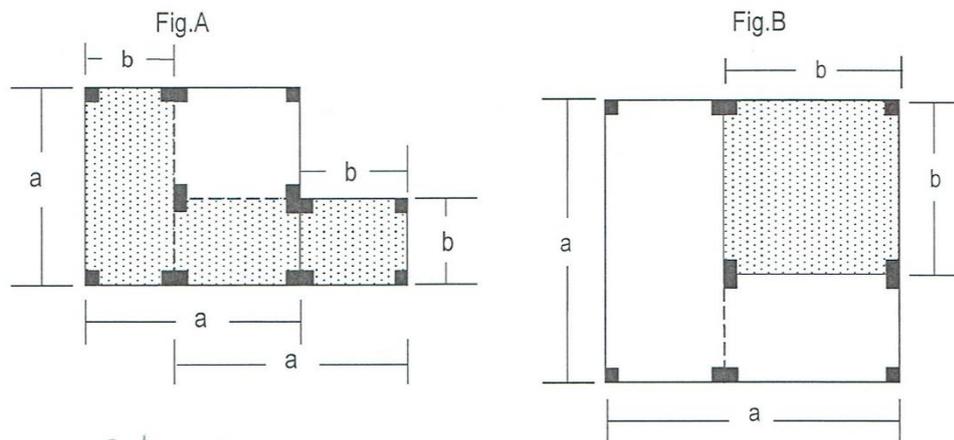
Si corresponden a un mismo producto notable.

[Handwritten flourish]

2. Observa la siguiente figura construida. Halle el área de ABCD y luego identifique si el resultado corresponde a algún producto notable.



3. En las siguientes figuras "A" y "B", se retiran las regiones sombreadas. Hallar las áreas de la región no sombreada y compare si el resultado corresponde a algún producto notable.



4. Escriba en las líneas punteadas, el lenguaje verbal que hacen verdaderas a las siguientes proposiciones.

➤ $(a + b)^2$: = $A + B$ elevada al cuadrado

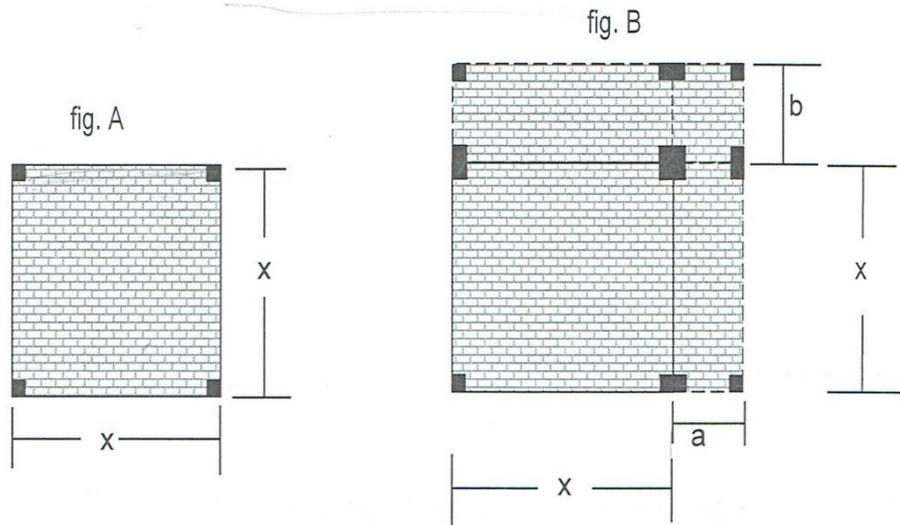
➤ $(a - b)^2$: = $A - B$ elevada al cuadrado.

➤ $(a + b)(a - b)$: = $A + B$ por a menos b .

➤ $(x + a)(x + b)$: = x más a por x más b .

➤ $(a + b + c)^2$: = a más b más c elevado al cuadrado

5. A una pared cuadrada cuyo lado mide "x" unidades, (fig. A), se aumentan los lados en "a" y "b" unidades y queda una pared de forma rectangular, como se muestra en la figura B. Hallar el área de la nueva pared. ¿A qué producto notable corresponde?



Solución.

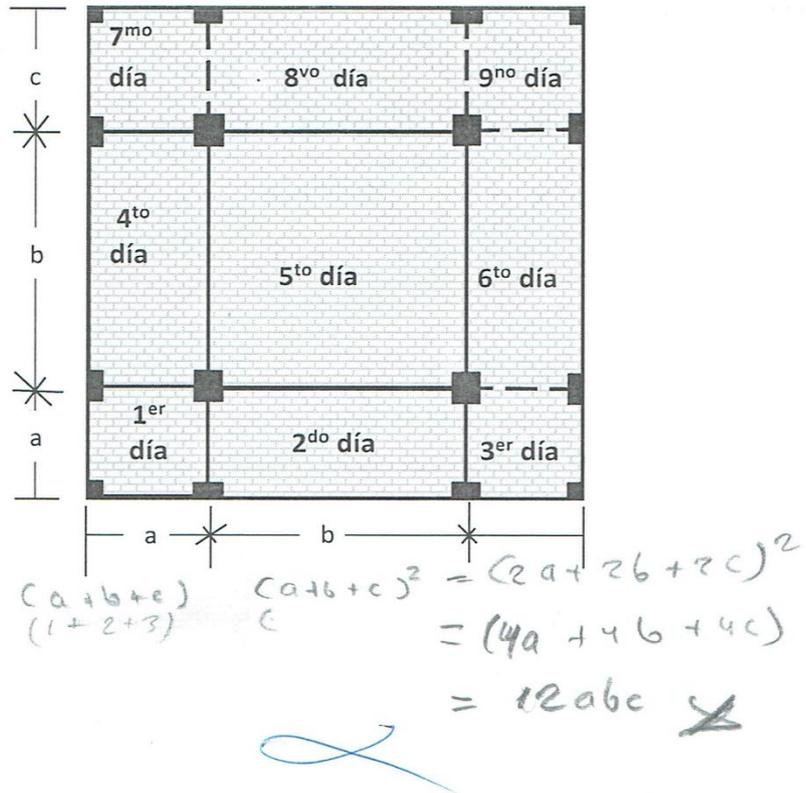
$x = 15$

$a = 5$

$x + a = 20$

$x + b = 20$

6. Walter y Bertha han construido un pared cuadrada de $(a + b + c)$ metros por lado en 9 días como se ilustra en la figura. Determine $(a + b + c)^2$ empleando la definición de áreas.



7. Resuelve los siguientes ejercicios aplicando los productos notables respectivos.

➤ $(a+b)^2 = (b)^2 = 2b$

➤ $(a-b)^2 = (b^2) = 2b$

➤ $(x-b)(x+b) = (x)(b) = x6$

➤ $(2x+4y)^2 = (6xy)^2 = 36xy$

➤ $(x-2x)^2 = (x^2) = 2x$

PRUEBAS DE ENTRADA DEL GRUPO EXPERIMENTAL



UNIVERSIDAD NACIONAL DE HUANCVELICA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA
CARRERA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN E INFORMÁTICA



PRUEBA SOBRE APRENDIZAJE DE PRODUCTOS NOTABLES

(Prueba de entrada)

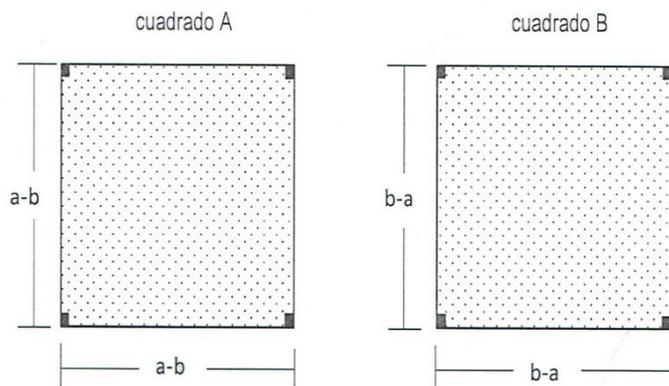


Apellidos y nombres: <u>Tape Vargas Cristian</u>	Grado: <u>3^{ro}</u> Sección: <u>1^a</u>
--	---

INSTRUCCIÓN

Desarrolle en el espacio en blanco con claridad y de manera ordenada, de acuerdo a las preguntas que se formula en cada uno de las situaciones problemáticas.

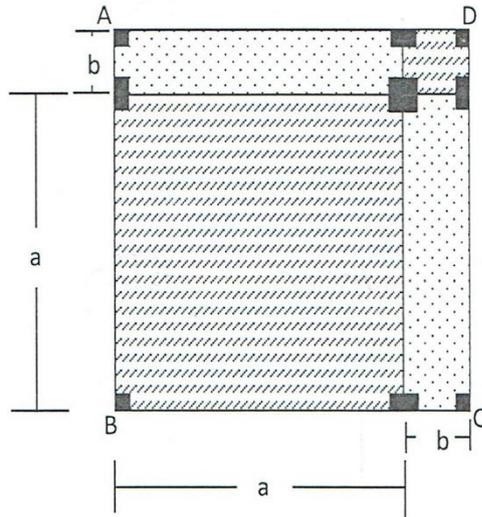
- En la figura se muestran dos cuadrados "A" y "B". Halle las áreas respectivas y compara si corresponden a un mismo producto notable.



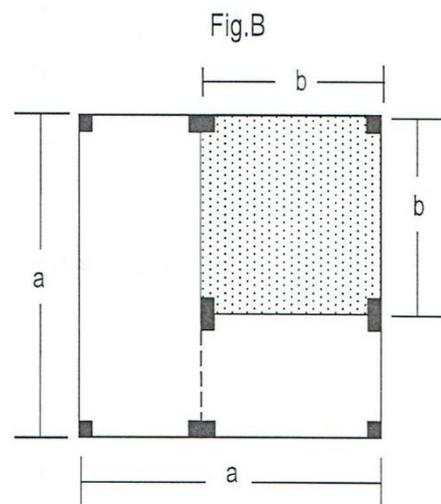
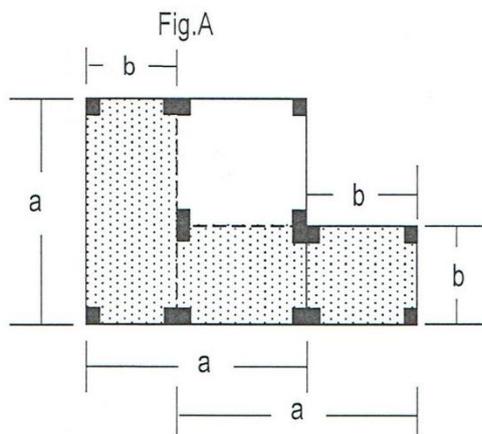
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(b-a)^2 = b^2 - 2ba + a^2$

2. Observa la siguiente figura construida. Halle el área de ABCD y luego identifique si el resultado corresponde a algún producto notable.



3. En las siguientes figuras "A" y "B", se retiran las regiones sombreadas. Hallar las áreas de la región no sombreada y compare si el resultado corresponde a algún producto notable.



4. Escriba en las líneas punteadas, el leguaje verbal que hacen verdaderas a las siguientes proposiciones.

➤ $(a + b)^2$: $(a-b)^2 + (b+a)^2 = (a+b)^6$

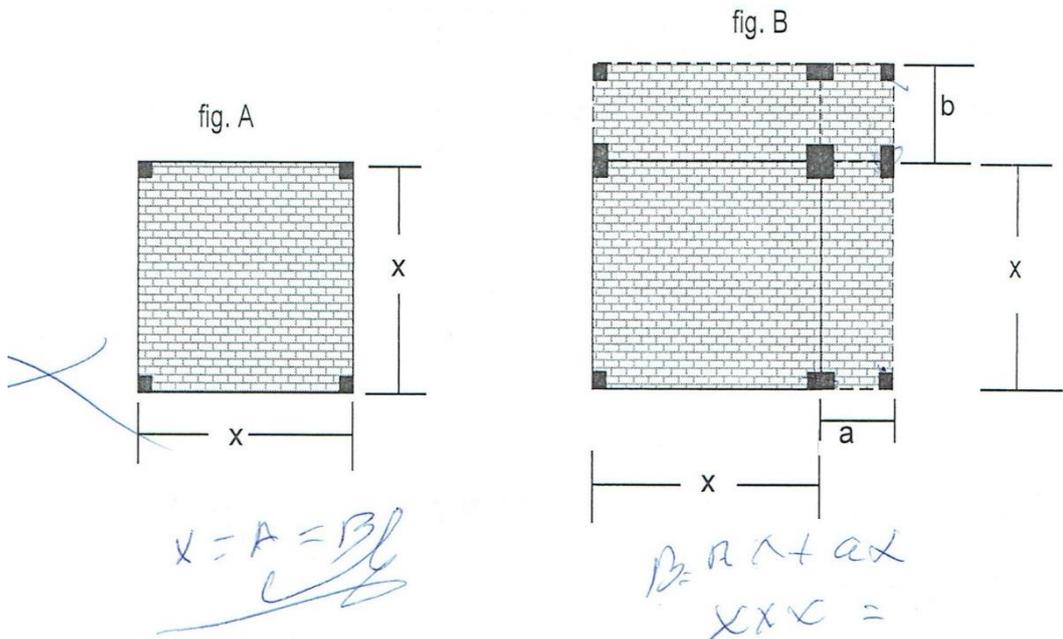
➤ $(a - b)^2$: $a^2 - b^2$ se diferencia por a lo siguiente

➤ $(a + b)(a - b)$: a menos b por

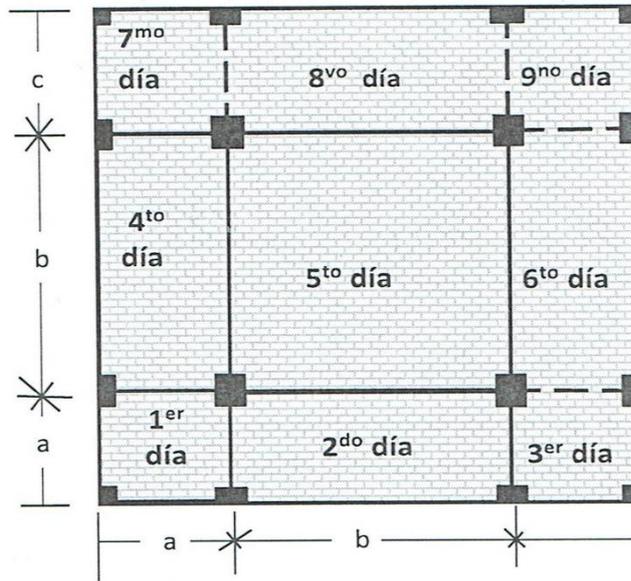
➤ $(x + a)(x + b)$: $x^2 + ax + bx + ab$

➤ $(a + b + c)^2$: $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

5. A una pared cuadrada cuyo lado mide "x" unidades, (fig. A), se aumentan los lados en "a" "b" unidades y queda una pared de forma rectangular, como se muestra en la figura B. Halle el área de la nueva pared. ¿A qué producto notable corresponde?



6. Walter y Bertha han construido un pared cuadrada de $(a + b + c)$ metros por lado eil como se ilustra en la figura. Determine $(a + b + c)^2$ empleando la definici3n de 1reas:



7. Resuelve los siguientes ejercicios aplicando los productos notables respectivos.

➤ $(a + b)^2 =$

➤ $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$

➤ $(x - b)(x + b) = (x + b)(x - b) = x^2 - b^2$

➤ $(2x + 4y)^2 =$

➤ $(x - 2x)^2 =$



UNIVERSIDAD NACIONAL DE HUANCVELICA
 FACULTAD DE EDUCACIÓN
 ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA
 CARRERA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN E INFORMÁTICA



PRUEBA SOBRE APRENDIZAJE DE PRODUCTOS NOTABLES

(Prueba de entrada)

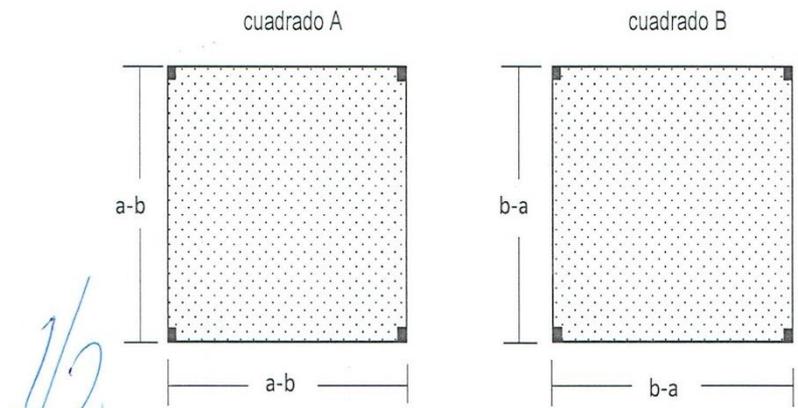
01

Apellidos y nombres: <u>LOPEZ CONDORI MABEL TANVA</u>	Grado: <u>3^{er}</u> Sección: <u>"A"</u>
---	---

INSTRUCCIÓN

Desarrolle en el espacio en blanco con claridad y de manera ordenada, de acuerdo a las preguntas que se formula en cada uno de las situaciones problemáticas.

- En la figura se muestran dos cuadrados "A" y "B". Halle las áreas respectivas y compara si corresponden a un mismo producto notable.



Solución

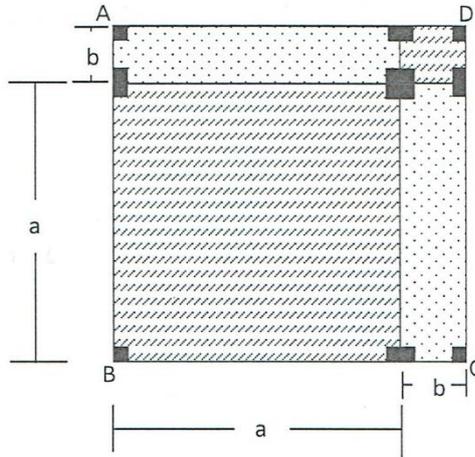
$$= (a-b) \cdot (a-b)$$

$$= 2a = 2b$$

$$= (b-a) \cdot (a-b)$$

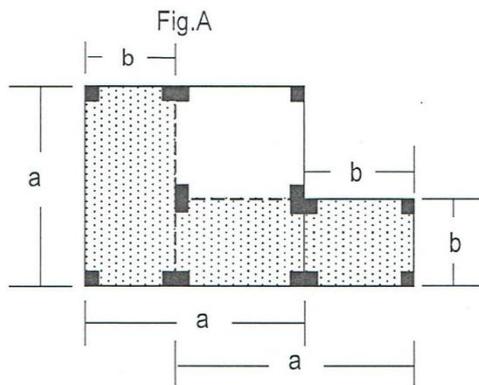
$$= 2b = 2a$$

2. Observa la siguiente figura construida. Halle el área de ABCD y luego identifique si el resultado corresponde a algún producto notable.

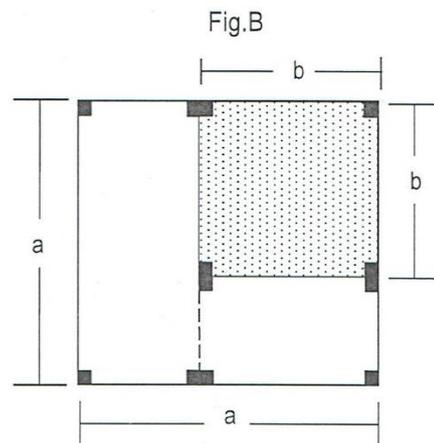


$$\begin{aligned}
 &= b+a+b+a \\
 &= 2b+2a \\
 &= 4ba
 \end{aligned}$$

3. En las siguientes figuras "A" y "B", se retiran las regiones sombreadas. Hallar las áreas de la región no sombreada y compare si el resultado corresponde a algún producto notable.



$$\begin{aligned}
 &b+b+b+a+a+a \\
 &= 3b+3a \\
 &= 6ba
 \end{aligned}$$

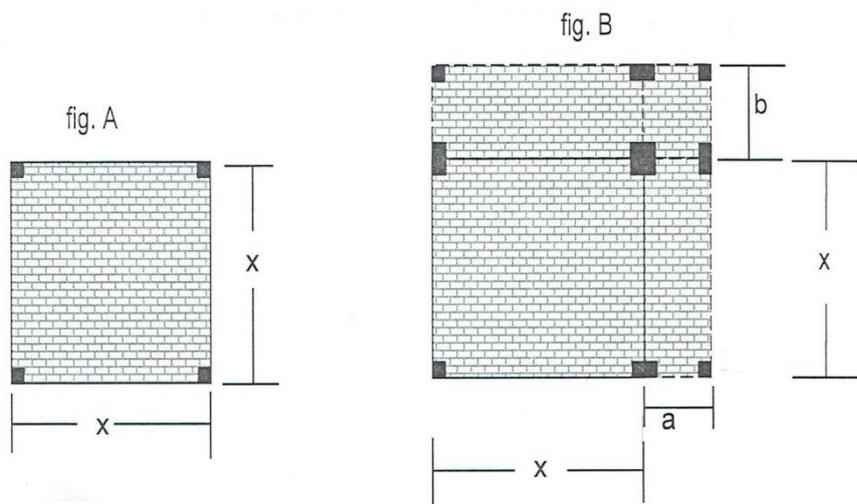


$$\begin{aligned}
 &= b+b+a+a \\
 &= 2b+2a \\
 &= 4ba
 \end{aligned}$$

4. Escriba en las líneas punteadas, el lenguaje verbal que hacen verdaderas a las siguientes proposiciones.

- $(a + b)^2$: ... elevado al cuadrado a la suma de a con b ...
- $(a - b)^2$: ... elevado al cuadrado a la resta de a con b ...
- $(a + b)(a - b)$: ... a la suma de a con b a la resta de a con b ...
- $(x + a)(x + b)$: ... a la suma de x con a a la suma de x con b ...
- $(a + b + c)^2$: ... elevado al cuadrado a la suma de a con b y con c ...

5. A una pared cuadrada cuyo lado mide "x" unidades, (fig. A), se aumentan los lados en "a" y "b" unidades y queda una pared de forma rectangular, como se muestra en la figura B. Hallar el área de la nueva pared. ¿A qué producto notable corresponde?



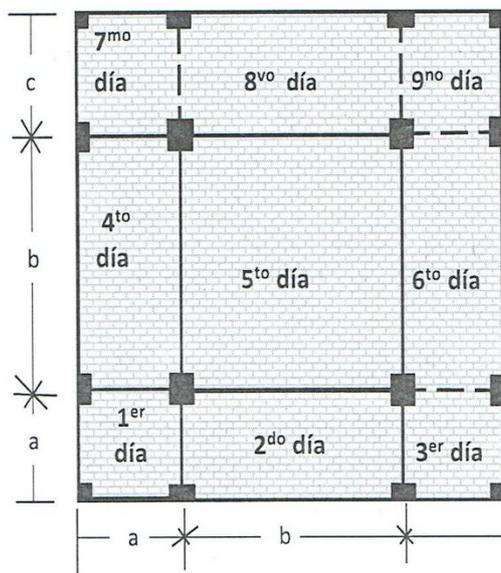
$$= (2x + 2x + 1a + 1b)$$

$$= (4x + 1a + 1b)$$

$$= 5xa + 1b$$

$$= 6xab$$

6. Walter y Bertha han construido un pared cuadrada de $(a + b + c)$ metros por lado en 9 días tal como se ilustra en la figura. Determine $(a + b + c)^2$ empleando la definición de áreas.



$$\begin{aligned}
 &= (a+b+c)(a+b+c) = \\
 &= 2a + 2b + 2c \\
 &= 6abc
 \end{aligned}$$

7. Resuelve los siguientes ejercicios aplicando los productos notables respectivos.

$$\rightarrow (a+b)^2 = (a+b)(a+b) = 2a + 2b = 4ab$$

$$\rightarrow (a-b)^2 = (a-b)(a-b) = 2a + 2b = 4ab$$

$$\rightarrow (x-b)(x+b) = (2x + 2b) = 4xb$$

$$\rightarrow (2x+4y)^2 = (2x+4y)(2x+4y) = 4x + 8y = 12xy$$

$$\rightarrow (x-2x)^2 = (x+2x)(x+2x) = 2x + 4x = 6x$$

PRUEBAS DE SALIDA DEL GRUPO CONTROL



UNIVERSIDAD NACIONAL DE HUANCVELICA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA
CARRERA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN E INFORMÁTICA



PRUEBA SOBRE APRENDIZAJE DE PRODUCTOS NOTABLES

(Prueba de salida)

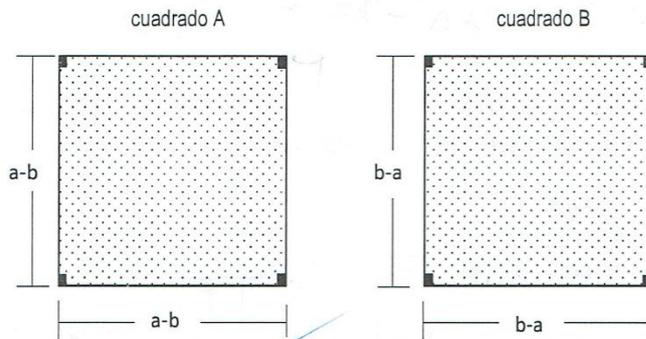
05

Apellidos y nombres: <u>PERRERA FAN, Bryan Smith</u>	Grado: <u>3</u> Sección: <u>B</u>
--	--------------------------------------

INSTRUCCIÓN

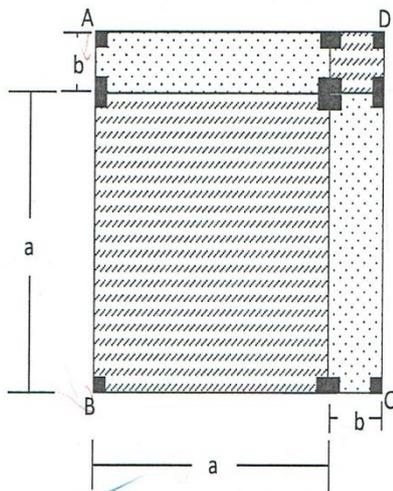
Desarrolle en el espacio en blanco con claridad y de manera ordenada, de acuerdo a las preguntas que se formula en cada uno de las situaciones problemáticas.

- En la figura se muestran dos cuadrados "A" y "B". Halle las áreas respectivas y compara si corresponden a un mismo producto notable.



$$\begin{aligned}
 & (a-b)(a-b) & (b-a)(b-a) & \quad | \quad / 2 \\
 & (a-b)^2 & (b-a)^2 & \\
 & = a^2 - 2ab + b^2 = & b^2 - 2ab + a^2 & \\
 & \implies (a-b)^2 = (b-a)^2 & & \\
 & & & \quad \infty
 \end{aligned}$$

2. Observa la siguiente figura construida. Halle el área de ABCD y luego identifique si el resultado corresponde a algún producto notable.



1/2

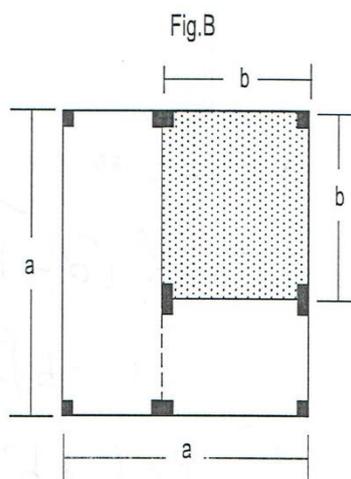
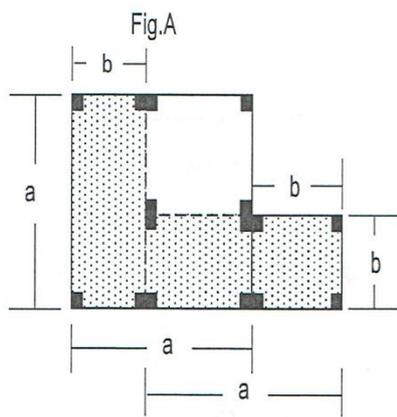
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(b-a)^2 = b^2 - 2ba + a^2$$

$$(d+c)^2 = d^2 + 2dc + c^2$$

3. En las siguientes figuras "A" y "B", se retiran las regiones sombreadas. Hallar las áreas de la región no sombreada y compare si el resultado corresponde a algún producto notable.

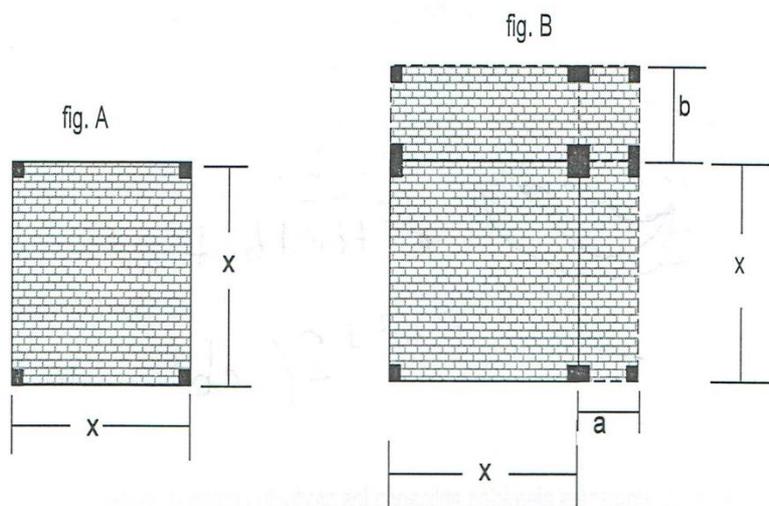


2

4. Escriba en las líneas punteadas, el lenguaje verbal que hacen verdaderas a las siguientes proposiciones.

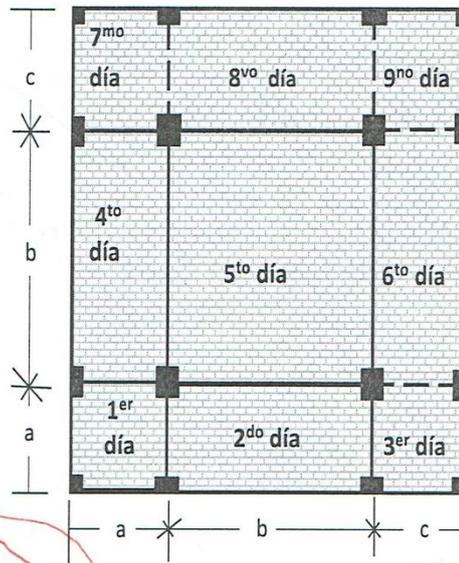
- $(a + b)^2$: El cuadrado de la suma de un Binomio.
- $(a - b)^2$: El cuadrado de la diferencia de un Binomio.
- $(a + b)(a - b)$: El producto de la suma y diferencia de un Binomio.
- $(x + a)(x + b)$: El producto de la suma de 2 binomios con término común.
- $(a + b + c)^2$: El cuadrado de la suma de un término común.

5. A una pared cuadrada cuyo lado mide "x" unidades, (fig. A), se aumentan los lados en "a" y "b" unidades y queda una pared de forma rectangular, como se muestra en la figura B. Hallar el área de la nueva pared. ¿A qué producto notable corresponde?



$$(\cancel{x+b})(x+a) = a^2 - b^2$$

6. Jorge y María han construido una pared cuadrada de $(a + b + c)$ metros por lado en 9 días tal como se ilustra en la figura. Determine $(a + b + c)^2$ empleando la definición de áreas.



$$\begin{aligned}
 (a+b+c)(a+b+c) &= a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2 \\
 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)
 \end{aligned}$$

7. Resuelve los siguientes ejercicios aplicando los productos notables respectivos.

$$\triangleright (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\triangleright (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\triangleright (x-b)(x+b) = x^2 - b^2$$

$$\triangleright (2x+4y)^2 = x^2 \cdot (x+a+b) + ab$$

$$\triangleright (x-2x)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$$



UNIVERSIDAD NACIONAL DE HUANCAVELICA
 FACULTAD DE EDUCACIÓN
 ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA
 CARRERA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN E INFORMÁTICA



PRUEBA SOBRE APRENDIZAJE DE PRODUCTOS NOTABLES

(Prueba de salida)

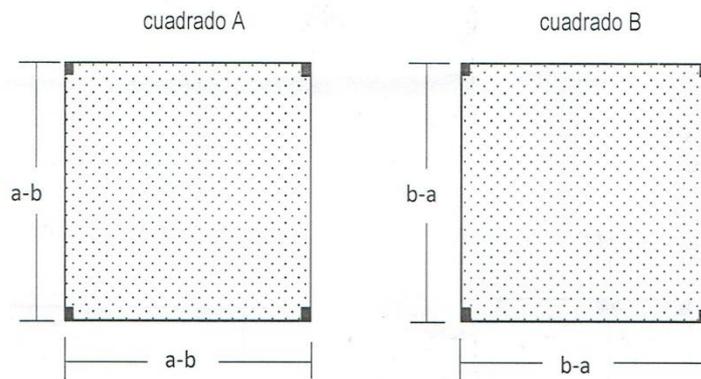
06

Apellidos y nombres: <i>Escobar, Alonso, Jose, Cristian</i>	Grado: <i>3º</i> Sección: <i>118</i>
---	---

INSTRUCCIÓN

Desarrolle en el espacio en blanco con claridad y de manera ordenada, de acuerdo a las preguntas que se formula en cada uno de las situaciones problemáticas.

- En la figura se muestran dos cuadrados "A" y "B". Halle las áreas respectivas y compara si corresponden a un mismo producto notable.



1/2

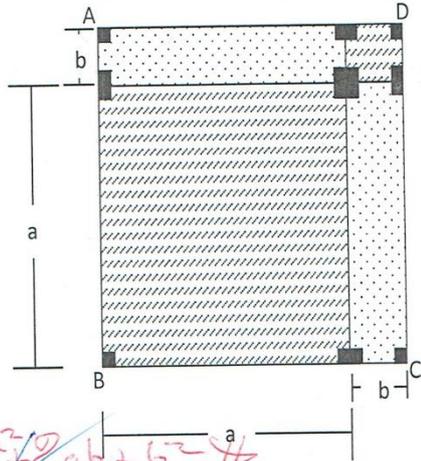
~~$(B \cdot A) = 1/2$~~

~~$(b \cdot a) =$~~ $(a^2 - b^2)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$b^2 + a^2 = b^2$

Son iguales

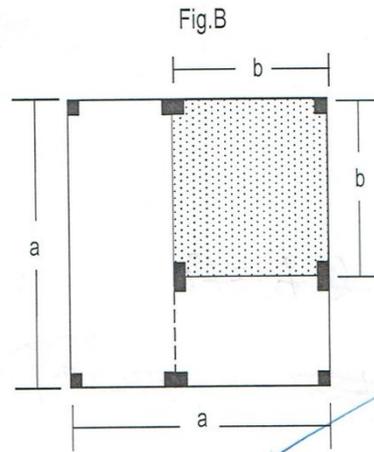
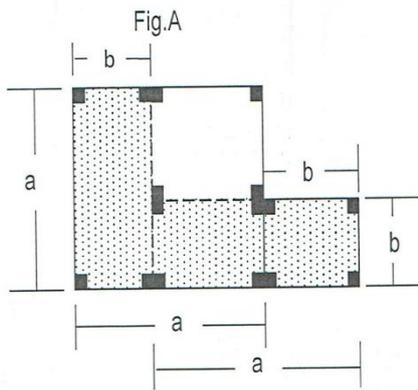
2. Observa la siguiente figura construida. Halle el área de ABCD y luego identifique si el resultado corresponde a algún producto notable.



$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

1/2

3. En las siguientes figuras "A" y "B", se retiran las regiones sombreadas. Hallar las áreas de la región no sombreada y compare si el resultado corresponde a algún producto notable.



1/2

A^o

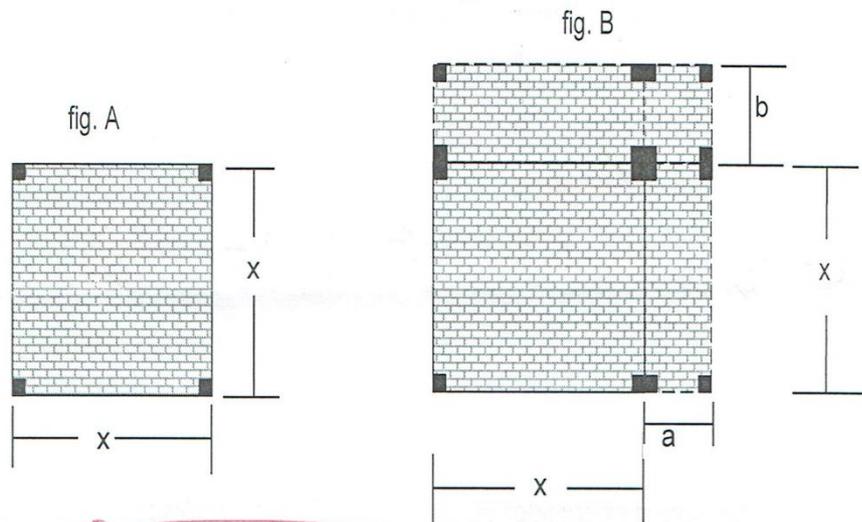
$$(a^2 + b^2) = a^2 + 2ab + b^2$$

$$A^2 - b^2 = (a^2 - 2ab + b^2) = a^2 - 2ab + b^2$$

4. Escriba en las líneas punteadas, el lenguaje verbal que hacen verdaderas a las siguientes proposiciones.

- $(a + b)^2$: el cuadrado de la suma de un binomio.....
- $(a - b)^2$: el cuadrado de la diferencia de un binomio.....
- $(a + b)(a - b)$: el producto de la suma y diferencia de un binomio.....
- $(x + a)(x + b)$: el producto de un binomio con un término común.....
- $(a + b + c)^2$: el cuadrado de la suma de un trinomio.....

5. A una pared cuadrada cuyo lado mide "x" unidades, (fig. A), se aumentan los lados en "a" y "b" unidades y queda una pared de forma rectangular, como se muestra en la figura B. Hallar el área de la nueva pared. ¿A qué producto notable corresponde?

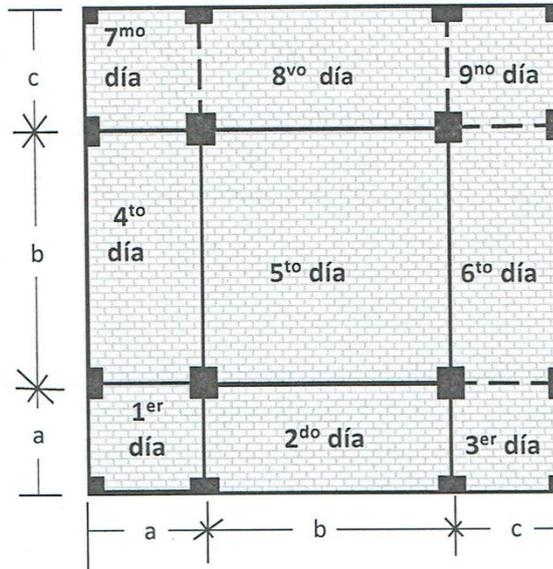


~~$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$~~ ~~$(x+b)^2 = x^2 + 2bx + b^2$~~

$(x+a)(x+b) = x^2 + xb + ax + ab$

Corresponde al producto = al producto de la suma con término común

3. Jorge y María han construido una pared cuadrada de $(a + b + c)$ metros por lado en 9 días tal como se ilustra en la figura. Determine $(a + b + c)^2$ empleando la definición de áreas.



$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$$

7. Resuelve los siguientes ejercicios aplicando los productos notables respectivos.

$$\triangleright (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\triangleright (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\triangleright (x - b)(x + b) = x^2 - b^2$$

$$\triangleright (2x + 4y)^2 = 4x^2 + 16xy + 16y^2$$

$$\triangleright (x - 2x)^2 = x^2 - 4x^2 = -3x^2$$

PRUEBAS DE SALIDA DEL GRUPO EXPERIMENTAL



UNIVERSIDAD NACIONAL DE HUANCVELICA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA
CARRERA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN E INFORMÁTICA



PRUEBA SOBRE APRENDIZAJE DE PRODUCTOS NOTABLES

(Prueba de salida)

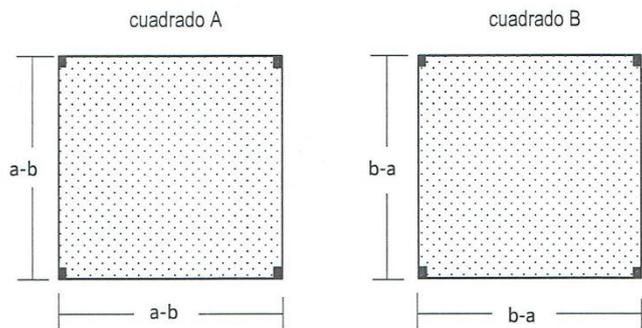
18

Apellidos y nombres: <u>Oscar Choque Rojas</u>	Grado: <u>3.º</u> Sección: <u>A</u>
--	--

INSTRUCCIÓN

Desarrolle en el espacio en blanco con claridad y de manera ordenada, de acuerdo a las preguntas que se formula en cada uno de las situaciones problemáticas.

- En la figura se muestran dos cuadrados "A" y "B". Halle las áreas respectivas y compara si corresponden a un mismo producto notable.



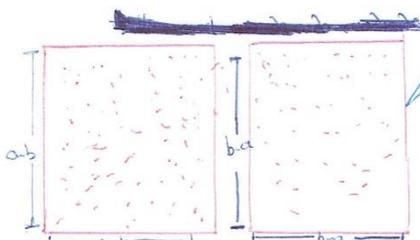
2

Resolución:

Paso 1. Comprender el problema.

- hallar la area de "A y B"
- comparar si pertenere a un producto notable.
- pide comparar el resultado

Paso 3. Ejecutar el plan.



Paso 2. Elaborar un plan.

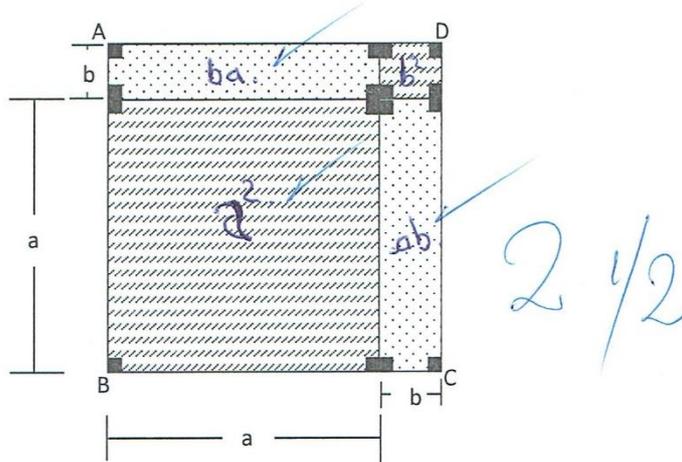
- hallar el area de cada cuadrado
 - comparar de cada cuadrado sus areas.
 - comparar si pertenere a un mismo producto notable
- Paso 4. Hacer la verificación.**

fig. A
 $(a-b)^2$
 $a^2 - 2ab + b^2$

fig. B
 $(b-a)^2$
 $b^2 - 2ba + a^2$

Son iguales

2. Observa la siguiente figura construida. Halle el área de ABCD y luego identifique si resultado corresponde a algún producto notable.



Resolución:

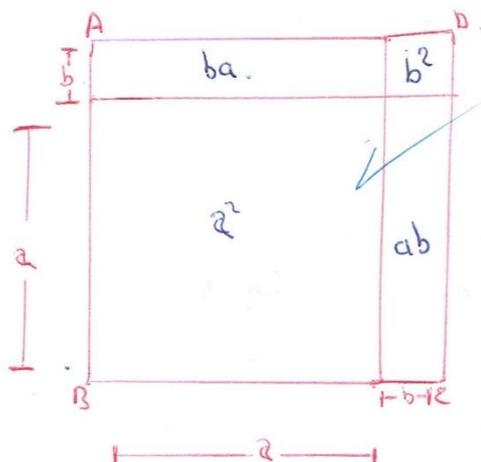
Paso 1. Comprender el problema.

- ~~pedir~~ el área de ABCD.
- identificar si corresponde a un producto notable.
- ~~pedir~~ cada área A, B, C y D.

Paso 2. Elaborar un plan.

- hallamos el área de ABCD.
- hallamos si corresponde a algún producto notable.
- hallaremos el área de ABCD.

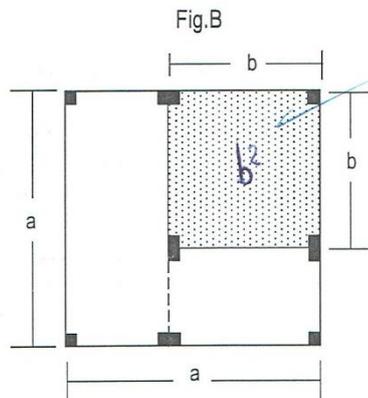
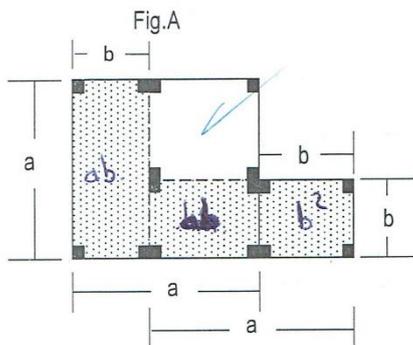
Paso 3. Ejecutar el plan.



Paso 4. Hacer la verificación.

$$\begin{aligned}
 & a^2 + ba + b^2 + ab. \\
 & = (a^2 + b^2 + ba + ab). \\
 & = (a+b)^2 + 2ab.
 \end{aligned}$$

3. En las siguientes figuras "A" y "B", se retiran las regiones sombreadas. Hallar las áreas de la región no sombreada y compare si el resultado corresponde a algún producto notable.



Resolución:

Paso 1. Comprender el problema.

- pide hallar la figura "A" y "B"
- pide hallar la parte no sombreada
- pide comparar si es o corresponde a un producto notable.

Paso 2. Elaborar un plan.

- hallamos la región no sombreada.
- hallamos la comparación si corresponde a algún producto notable.
- hallamos la figura "A" y "B"

Paso 3. Ejecutar el plan.

<p>Fig. A</p> $a^2 + b^2 - 2b - ab$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$	<p>Fig. B</p> $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
---	--

Paso 4. Hacer la verificación.

<p>Fig. A</p> $(a-b)^2$	<p>Fig. B</p> $(a-b)(a+b)$
-------------------------	----------------------------

4. Escriba en las líneas punteadas, el lenguaje verbal que hacen verdaderas a las siguientes proposiciones.

> $(a + b)^2$: el cuadrado de la suma de un binomio

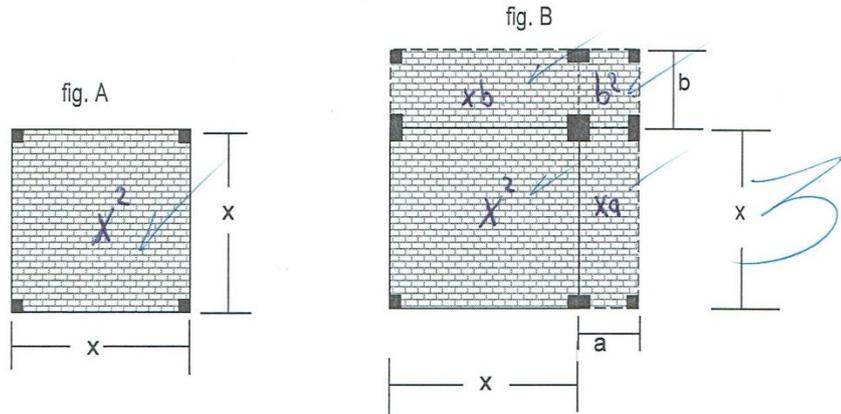
> $(a - b)^2$: el cuadrado de la resta de un binomio

> $(a + b)(a - b)$: el producto de la suma y la diferencia de un binomio

> $(x + a)(x + b)$: el producto de la suma de un binomio

> $(a + b + c)^2$: el cuadrado de la suma de un trinomio o productos notables de un trinomio al cuadrado

5. A una pared cuadrada cuyo lado mide "x" unidades, (fig. A), se aumentan los lados en "a" y "b" unidades y queda una pared de forma rectangular, como se muestra en la figura B. Hallar el área de la nueva pared. ¿A qué producto notable corresponde?

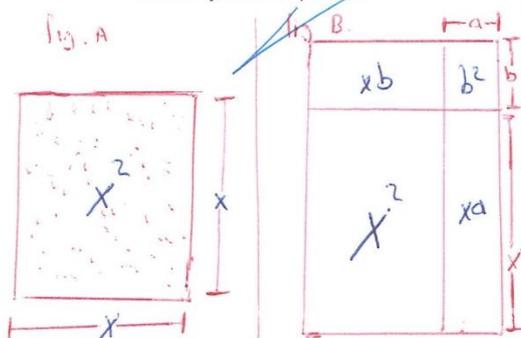


Resolución:

Paso 1. Comprender el problema.

- dice que aumentan los lados.
- aumentan en "a" y "b" unidades.
- de forma rectangular.
- pide decir a qué producto notable pertenece.

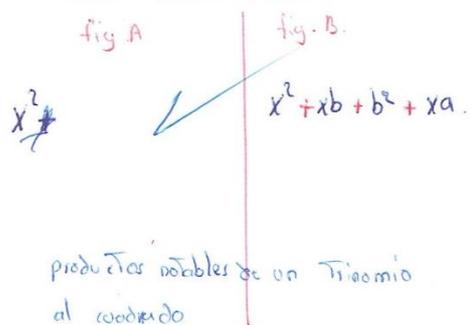
Paso 3. Ejecutar el plan.



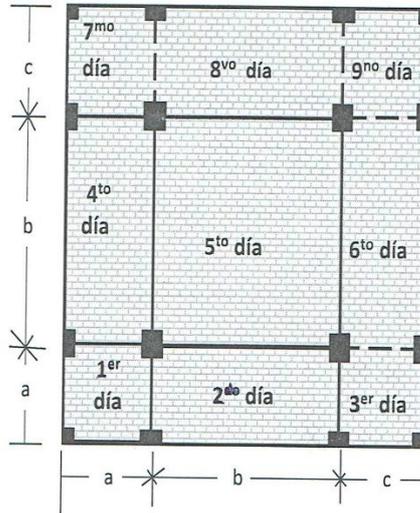
Paso 2. Elaborar un plan.

- hallamos la figura "A".
- hallamos la figura "B".
- hallamos el producto que pertenece.

Paso 4. Hacer la verificación.



6. Jorge y María han construido una pared cuadrada de $(a + b + c)$ metros por lado en 9 días tal como se ilustra en la figura. Determine $(a + b + c)^2$ empleando la definición de áreas.



2 1/2

Resolución:

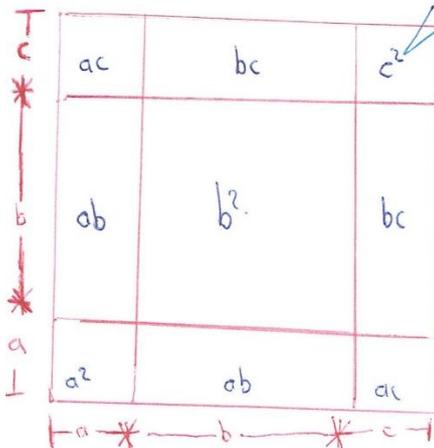
Paso 1. Comprender el problema.

- Jorge y María han construido una pared cuadrada.
- pide Determinar $(a+b+c)^2$
- pide $(a+b+c)$ metros por lado en 9 días

Paso 2. Elaborar un plan.

- hallar la construcción de Jorge y María
- hallar $(a+b+c)$
- hallar $(a+b+c)^2$

Paso 3. Ejecutar el plan.



Paso 4. Hacer la verificación.

$$(a+b+c)(a+b+c) = a^2 + b^2 + c^2 + ab + ab + ac + ac + bc + bc$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

7. Resuelve los siguientes ejercicios aplicando los productos notables respectivos.

$$\triangleright (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\triangleright (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\triangleright (x - b)(x + b) = (x^2 - 2xb) (2x^2 + 2xb)$$

$$\triangleright (2x + 4y)^2 = 2x^2 + 4y^2 \\ = 4x + 16y = 20xy$$

$$\triangleright (x - 2x)^2 = x^2 - 2x^2$$

$$2x - 4x = 2x$$

1/2



PRUEBA SOBRE APRENDIZAJE DE PRODUCTOS NOTABLES

(Prueba de salida)

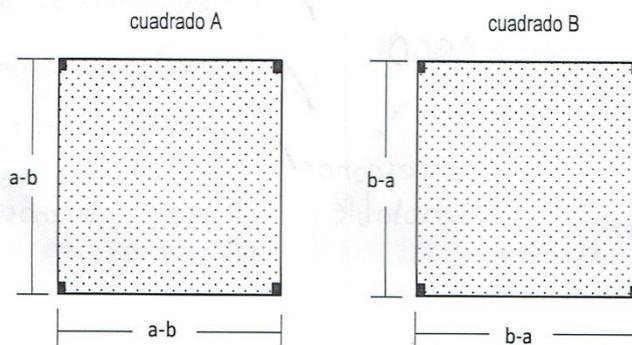
14

Apellidos y nombres: <u>Pelamozo Lacho Brightt Maibello</u>	Grado: <u>3</u>
	Sección: <u>7</u>

INSTRUCCIÓN

Desarrolle en el espacio en blanco con claridad y de manera ordenada, de acuerdo a las preguntas que se formula en cada uno de las situaciones problemáticas.

- En la figura se muestran dos cuadrados "A" y "B". Halle las áreas respectivas y compara si corresponden a un mismo producto notable.



Resolución:

Paso 1. Comprender el problema.

Se muestran dos cuadrados A y B nos pide hallar las áreas y compararemos si corresponde a un mismo producto notable

Paso 3. Ejecutar el plan.

$(a-b)(a-b)$
 aplicamos propiedad distributiva

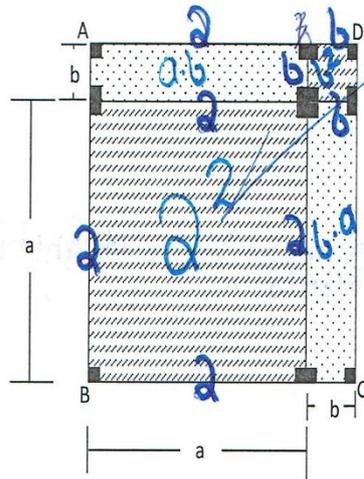
Paso 2. Elaborar un plan.

hallamos las áreas del cuadrado comparamos si corresponde a un mismo producto notable verificamos si esta bien hallamos

Paso 4. Hacer la verificación.

$(a-b)(a-b)$
 $= a^2 + ab - ab + b^2$
 $(b-a)(a-b) = a^2 + ab - ab + b^2$

2. Observa la siguiente figura construida. Halle el área de ABCD y luego identifique si el resultado corresponde a algún producto notable.



Resolución:

Paso 1. Comprender el problema.

- ✓ observamos la figura
- ✓ nos pide hallar ABCD
- ✓ identificamos si corresponde a algún producto notable
- ✓ verificamos bien

Paso 2. Elaborar un plan.

- ✓ Resolvemos sus áreas
- ✓ sumamos las áreas
- ✓ identificamos si el resultado corresponde a algún producto notable

Paso 3. Ejecutar el plan.

Sumando áreas

$$a^2 + b^2 + 2(ab)$$

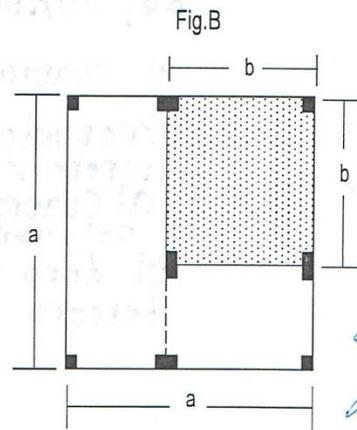
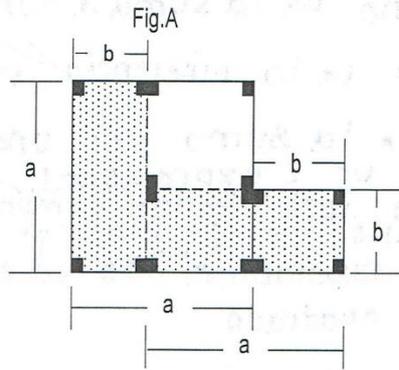
Paso 4. Hacer la verificación.

$$= (a+b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

Respta: $a^2 + 2ab + b^2$

3. En las siguientes figuras "A" y "B", se retiran las regiones sombreadas. Hallar las áreas de la región no sombreada y compare si el resultado corresponde a algún producto notable.



Resolución:

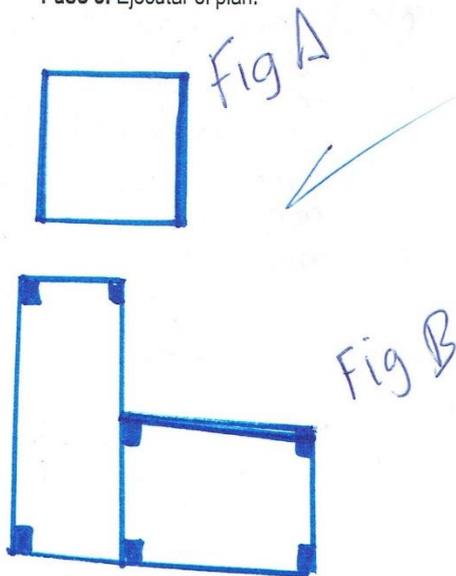
Paso 1. Comprender el problema.

- ✓ retiramos las regiones sombreadas
- ✓ hallar las áreas de la región
- ✓ compararemos si el resultado pertenece a algún producto notable

Paso 2. Elaborar un plan.

- ✓ dibujamos las áreas no sombreadas
- ✓ hallamos las áreas no sombreadas
- ✓ Comparamos si el resultado corresponde a algún producto notable

Paso 3. Ejecutar el plan.



Paso 4. Hacer la verificación.

4. Escriba en las líneas punteadas, el lenguaje verbal que hacen verdaderas a las siguientes proposiciones.

> $(a + b)^2$: el cuadrado de la suma de un binomio

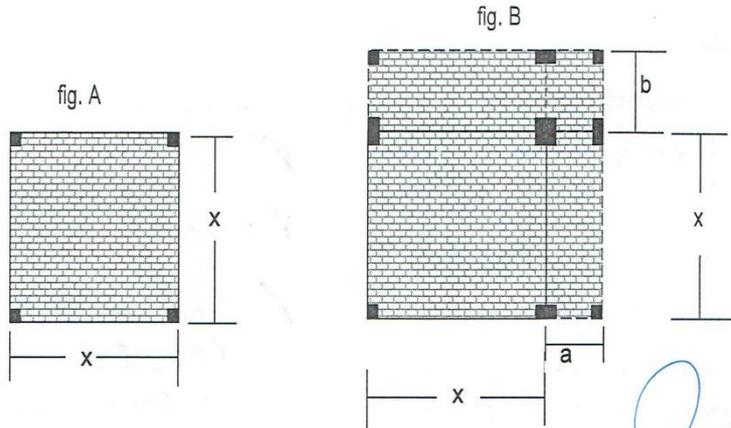
> $(a - b)^2$: el cuadrado de la diferencia de un binomio

> $(a + b)(a - b)$: Producto de la suma por una diferencia de 2 expresiones.

> $(x + a)(x + b)$: al cuadrado del término común más la suma del término común más los no comunes

> $(a + b + c)^2$: el tercio al cuadrado el 2do al cuadrado el tercero al cuadrado

5. A una pared cuadrada cuyo lado mide "x" unidades, (fig. A), se aumentan los lados en "a" y "b" unidades y queda una pared de forma rectangular, como se muestra en la figura B. Hallar el área de la nueva pared. ¿A qué producto notable corresponde?



Resolución:

Paso 1. Comprender el problema.

es una pared cuadrada cuyo lado mide x unidades
 se le aumentan los lados en "a" y "b" unidades
 queda una pared rectangular

Paso 3. Ejecutar el plan.



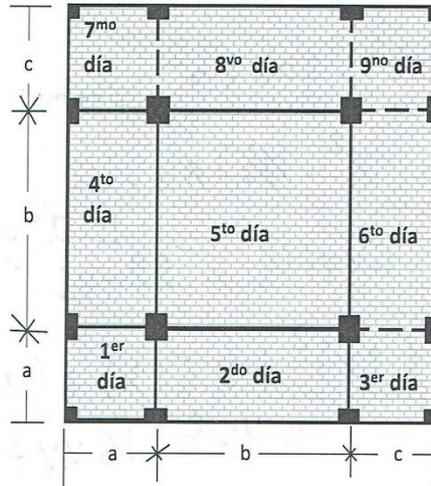
Paso 2. Elaborar un plan.

dibujamos una pared de forma rectangular
 hallamos las áreas de la nueva pared
 hallamos a que producto pertenecen.

Paso 4. Hacer la verificación.

$2(a \cdot b)$

6. Jorge y María han construido una pared cuadrada de $(a + b + c)$ metros por lado en 9 días tal como se ilustra en la figura. Determine $(a + b + c)^2$ empleando la definición de áreas.



Resolución:

Paso 1. Comprender el problema.

- ✓ Jorge y María han
- ✓ construido una pared
- ✓ cuadrada
- ✓ de $(a + b + c)$ metros
- ✓ por lado
- ✓ nos pide determinar
- ✓ $(a + b + c)^2$ empleando la
- ✓ definición de áreas

Paso 3. Ejecutar el plan.

Paso 2. Elaborar un plan.

- ✓ ilustra mediante gráficos
- ✓ una pared cuadrada de
- ✓ $(a + b + c)$ metros por lado
- ✓ hallamos las áreas de la
- ✓ pared
- ✓ determinamos $(a + b + c)^2$

Paso 4. Hacer la verificación.

7. Resuelve los siguientes ejercicios aplicando los productos notables respectivos.

➤ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ✓

➤ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ✓

➤ $(x - b)(x + b) = x^2 - \cancel{xb} + \cancel{xb} - b^2$
factorizamos ✓

➤ $(2x + 4y)^2 = 6xy + 16 = 22xy + 16$
 $= a^2 + b^2$ ✓

➤ $(x - 2y)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(4y) + (4y)^2$
 $= 4x^2 + 16xy + 16y^2$ ✓